

Министерство образования и науки
Российской Федерации
ФГБОУ ВПО «Российский химико-технологический университет
им. Д.И. Менделеева»

Новомосковский институт (филиал)

Ребенков Е.С.

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания и контрольные задания

Новомосковск
2014

Министерство образования и науки
Российской Федерации
ФГБОУ ВПО «Российский химико-технологический университет
им. Д.И. Менделеева»

Новомосковский институт (филиал)

Учебное издание

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания и контрольные задания по курсу
«Теория автоматического управления»

Ребенков Е.С.

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания и контрольные задания по курсу «Теория
автоматического управления» для студентов бакалавров заочного
отделения по профилю подготовки «Электроснабжение»

Составитель:
Ребенков Евгений Степанович

Редактор Туманова Е.М.
Подписано в печать Формат 60 × 81^{1/16}
Бумага «Снегурочка». Отпечатано на ризографе.
Усл.печ.л. 2,4. Уч.изд.л. 1,6.
Тираж 100экз. Заказ №

ФГБОУ ВПО «Российский химико-технологический университет
им. Д.И. Менделеева»
Новомосковский институт (филиал). Издательский центр.
Адрес университета: 125047, Москва, Миусская пл., 9
Адрес института : 301670, Новомосковск, Тульская обл., ул.Дружбы, 8

Новомосковск
2014

УДК 62-52
ББК 32.965
Т 338

47

Рецензент:

Кандидат технических наук, доцент Прохоров В.С.
(НИ(филиал) ФГБОУ ВПО РХТУ им.Д.И. Менделеева)

Составитель: Ребенков Е.С.

Т 338 «Теория автоматического управления». Методические указания и контрольные задания по курсу «Теория автоматического управления»/ ФГБОУ ВПО РХТУ им. Д.И. Менделеева, Новомосковский институт (филиал), Сост.: Е.С. Ребенков, Новомосковск, 2014.-47с.

Методические указания предназначены для студентов заочного отделения, обучающихся по плану подготовки бакалавров по направлению подготовки 140400 «Электроэнергетика и электротехника» по профилю подготовки 04 «Электроснабжение». Приводятся основные теоретические положения по устойчивости, анализу качества и синтезу линейных систем автоматического управления.

Ил. 7. Табл. 2. Библиогр.:8 назв.

УДК 62-52
ББК 32.965

© ФГБОУ ВПО «Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева»,
Новомосковский институт (филиал), 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Основные положения теории автоматического управления.....	4
1. Динамические характеристики и устойчивость систем управления.....	4
2. Качество систем управления.....	11
3. Синтез линейных систем управления.....	15
Контрольные задания.....	32
Библиографический список.....	46
Оглавление.....	47

Библиографический список.

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб., Профессия, 2007. – 752с.
2. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 312с.
3. Ким Д.П., Дмитриева Н.Д. Сборник задач по теории автоматического управления. Линейные системы.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 168с.
4. Гайдук А.Р. Теория автоматического управления: Учебник – М.: Высш.шк. 2010. – 415с.
5. Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: Учебное пособие. 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 464с.
6. Шишмарев В.Ю. Теория автоматического управления: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования. – М.: Издательский центр «Академия». 2012. – 352с. – (Сер. Бакалавриат).
7. Матряков А.И. Теория автоматического управления: Сборник задач и упражнений. – М.: МГИУ, 2008. – 147с.
8. Теория управления в примерах и задачах: Учеб. пособие/ А.В. Пантелеев, А.С. Бортакровский. – М.: Высш. шк., 2003. – 583с.

Введение

Методические указания содержат основные теоретические положения курса «Теория автоматического управления» и контрольные задания для выполнения контрольных работ студентов заочного отделения.

Исходные данные контрольных заданий содержат 100 вариантов. Номер варианта студентом выбирается по двум последним цифрам номера его зачетной книжки. Оформление выполненных контрольных заданий производится в отдельной тетради.

Обязательным требованием графической части заданий является выполнение электрических схем и элементов в соответствии с требованиями действующих стандартов. Титульный лист оформляется в соответствии с установленным образцом, где указывается название расчетного задания, фамилия студента и его учебная группа, фамилия преподавателя, дата выполнения задания и подпись студента.

Основные положения теории автоматического управления

1. Динамические характеристики и устойчивость систем управления.

Общей моделью системы управления является ее дифференциальное уравнение

$$\dot{y}(t) = f(y(t), u(t)). \quad (1.1)$$

Свойства системы определяются при решении этого дифференциального уравнения. Представление о динамических свойствах линейного объекта дает переходная характеристика $h(t)$, как реакция системы на входное единичное ступенчатое воздействие О. Хевисайда $u(t) = 1(t)$. Второй типовой динамической характеристикой является импульсная функция $k(t)$, это реакция на входное импульсное воздействие П. Дирака $u(t) = \delta(t)$. Эти функции связаны соотношениями

$$\frac{d}{dt} 1(t) = \delta(t), \quad \int_0^t \delta(t) = 1(t). \quad (1.2)$$

Операторные изображения по Лапласу этих характеристик

$$L[1(t)] = \frac{1}{s}, \quad L[\delta(t)] = 1 \quad (1.3)$$

Реакции системы на эти воздействия, импульсная и переходная характеристики — связаны аналогичными соотношениями

Задание 8 – 10.

Структурная модель системы регулирования скорости двигателя постоянного тока приведена на рис. 7., где

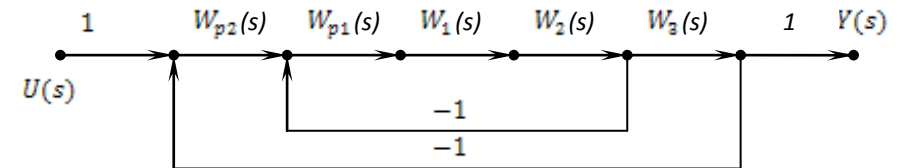


Рис. 7. Структурная модель САУ.

внутренний контур регулирования тока включает ПФ тиристорного преобразователя

$$W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}$$

и ПФ якорной цепи двигателя постоянного тока

$$W_2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1}, \quad T_2 \gg T_1.$$

ПФ звена связи между током якорной цепи и частотой вращения имеет вид:

$$W_3(s) = \frac{1}{T_3 s}$$

Выбрать структуру и параметры регулятора тока $W_{p1}(s)$ и регулятора скорости $W_{p2}(s)$ для настройки системы на «модульный оптимум».

44

Задание 8 – 7.

Объект управления имеет передаточную функцию вида:

$$W_0(s) = \frac{k_0}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$

Определить качественные показатели переходного процесса замкнутой системы, если в качестве регулятора применить ПИ-регулятор и использовать принцип компенсации постоянных времени.

Задание 8 – 8.

Синтезировать структуру и рассчитать параметры регулятора для системы, объект которой представлен:

- а) двумя инерционными звеньями с существенно различными постоянными времени;
- б) тремя инерционными звеньями, одно из которых имеет постоянную времени, существенно меньшую двух других.

Задание 8 – 9.

Объект управления содержит интегрирующее звено и два инерционных звена с существенно различными постоянными времени

$$W_0(s) = \frac{k_0}{(T_1 s + 1)(\Theta s + 1)}, \quad T_1 \gg \Theta.$$

Выбрать структуру регулятора и настроить его на «симметричный оптимум».

5

$$\frac{d}{dt} h(t) = k(t), \quad \int_0^t k(t) dt = h(t). \quad (1.4)$$

Изображение выходного сигнала системы с передаточной функцией $W(s)$ можно найти выразив в операторной форме входной и выходной сигналы

$$L[u(t)] = U(s), \quad L[y(t)] = Y(s), \quad (1.5)$$

тогда

$$Y(s) = W(s)U(s), \quad (1.6)$$

а оригинал выходного сигнала

$$y(t) = L^{-1}[W(s)U(s)]. \quad (1.7)$$

Подставляя в (1.3) изображения по Лапласу типовых сигналов, получим

$$k(t) = L^{-1}[W(s)]; \quad h(t) = L^{-1}\left[\frac{W(s)}{s}\right]. \quad (1.8)$$

Реакцию системы на входное гармоническое воздействие определяют частотные характеристики. Если на входе линейной системы сигнал

$$u(t) = U \sin \omega t = U \exp(j\omega t), \quad (1.9)$$

то в установившемся режиме выходной сигнал системы так же является гармоническим, такой же частоты ω , но с другой амплитудой и сдвинутый по фазе относительно входного сигнала на угол φ :

$$y(t) = Y \sin(\omega t + \varphi) = Y \exp(j(\omega t + \varphi)) \quad (1.10)$$

6

Установившуюся реакцию системы $y(t)$ согласно формуле

$$y(t) = \int_0^\infty k(\tau) u(t-\tau) d\tau \quad (1.11)$$

можно определить подставив в нее входное гармоническое воздействие $u(t) = U \sin \omega t$:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_0^\infty k(\tau) U \exp(j\omega(t-\tau)) d\tau = \\ &= U \exp(j\omega t) \int_0^\infty k(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau = W(j\omega) u(t), \end{aligned} \quad (1.12)$$

где $W(j\omega)$ – частотная передаточная функция системы.

Передаточная функция есть отношение выходной величины к входной, поэтому выражение для частотной характеристики системы имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{Y}{U} e^{j\varphi}. \quad (1.13)$$

Частотная передаточная функция может быть представлена с использованием преобразования Эйлера:

$$W(j\omega) = A(\omega) \exp(j\varphi(\omega)) = Re(\omega) + jIm(\omega), \quad (1.14)$$

где $A(\omega) = \text{mod} W(j\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) системы, $\varphi(\omega) = \text{arg} W(j\omega)$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ) системы, $Re(\omega)$ – вещественная частотная характеристика системы, $Im(\omega)$ – мнимая частотная характеристика системы. Амплитудно-частотная характеристика определяет зависимость амплитуды выходного сигнала $y(t)$ при изменении частоты входного сигнала, а фазо-частотная характеристика определяет зависимость фазового сдвига между входным и выходным сигналами

43

$$W_0(s) = \frac{81,5}{s(s + 3,6)}$$

переходный процесс отработки ступенчатого сигнала имеет перерегулирование $\sigma = 52,2\%$ и время регулирования $t_p = 1,5c$. Определить параметры ПД-регулятора, введенного в прямой тракт, чтобы установившаяся ошибка воспроизведения единичного линейного сигнала была $e^* \leq 0,045$; перерегулирование $\sigma \leq 5\%$ и время регулирования $t_p \leq 0,5c$.

Задание 3 – 5.

При синтезе замкнутой системы с ПФ неизменяемой части

$$W(s) = \frac{100}{s(0,05s + 1)(0,014s + 1)}.$$

определить параметры корректирующего звена для отработки единичного ступенчатого задающего сигнала с показателями качества $\sigma \leq 25\%$, $t_p \leq 0,56c$.

Задание 8 – 6.

Выполнить синтез замкнутой системы, предназначенной для отработки единичного линейного задающего сигнала с показателями качества $\sigma \leq 30\%$, $t_p \leq 0,5c$, $c_1 \leq 0,00125c^{-1}$, если передаточная функция неизменной части контура управления задается в виде:

$$W(s) = \frac{1000}{s(0,1s + 1)(0,0033s + 1)}.$$

42

где параметры ПФ:
 $T_1 = 0,7c$; $T_2 = 0,4c$; $T_3 = 0,25c$; $k_{oy} = 25$.

Замкнутая система управления содержит последовательное соединение объекта управления и типового ПИД-регулятора. Рассчитать параметры регулятора по типовому критерию, качественно изобразить график переходной функции $h(t)$ и оценить показатели качества переходного процесса.

Задание 3 – 2.

Определить коэффициент передачи k_p пропорционального регулятора, чтобы замкнутая система с объектом

$$W_0(s) = \frac{1}{(s + 1)(s + 4)}$$

имела запас устойчивости по фазе 45° .

Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ замкнутой системы.

Задание 3 – 3.

Для системы с передаточной функцией объекта

$$W_0(s) = \frac{2}{s(s + 1)(0,5s + 1)}$$

Обеспечить путем включения пропорционального регулятора запас устойчивости по фазе 48° .

Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ замкнутой системы.

Задание 3 – 4.

В замкнутой системе с объектом второго порядка

7

при измерении частоты. Частотная передаточная функция $W(j\omega)$ представляется на комплексной плоскости вектором. При изменении частоты в пределах $0 \leq \omega < \infty$ конец вектора описывает на плоскости некоторую кривую, которая называется годографом системы. Годограф позволяет одновременно определить амплитуду и фазовый сдвиг выходного сигнала при изменении частоты.

При практических расчетах систем автоматического управления (САУ) удобнее использовать частотные характеристики, построенные в логарифмическом масштабе. Эти характеристики называются логарифмическими. Они с небольшой погрешностью могут быть заменены кусочно-линейными участками. В логарифмической системе координат легко находить характеристики последовательного соединения элементов, используя правила сложения ординат логарифмических функций. В расчетах используют логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ), связанную с АЧХ следующим соотношением:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega), \quad (1.15)$$

По оси частот за единицу измерения принимают интервал равный десятикратному изменению частоты, этот интервал называется декадой.

При последовательном соединении звеньев САУ их логарифмические амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики (ЛФЧХ) складываются согласно формулам:

$$L(\omega) = \sum L_i(\omega), \varphi(\omega) = \sum \varphi_i(\omega). \quad (1.16)$$

Основной задачей при анализе систем управления является оценка устойчивости систем управления. Только устойчивые системы являются работоспособными.

8

Устойчивым по Ляпунову называют движение системы, если для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta(\varepsilon) > 0$, такое, что как только реальные начальные условия $x^*(0)$ отличаются от невозмущенных не более, чем на δ , то реальное движение $x^*(t)$ начиная с некоторого момента будет отклоняться от невозмущенного не более чем на ε :

$$|x(t) - x^*(t)| < \varepsilon. \quad (1.17)$$

Причем, если отклонение со временем исчезает, то такое движение называется асимптотически устойчивым. Линейная автоматическая система будет устойчивой, если действительные части корней характеристического уравнения системы

$$A(\lambda) = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0 \quad (1.18)$$

будут отрицательными или равными нулю. Если все корни характеристического уравнения системы имеют отрицательные вещественные части, то такая система устойчива асимптотически.

Для оценки устойчивости системы управления используют критерии устойчивости. Критерии позволяют судить о местоположении на комплексной плоскости корней характеристического уравнения, не решая само уравнение. Критерии устойчивости делятся на алгебраические (Рауса, Гурвица) и частотные (Найквиста, Михайлова). Алгебраические критерии определяют ограничения на различные комбинации коэффициентов уравнения (1.18), необходимые для отрицательного значения вещественных частей корней. Частотные критерии задают связь между устойчивостью системы и видом частот-

41

Задание 7 – 9.

Для одноконтурной замкнутой системы второго порядка с единичной отрицательной обратной связью и передаточной функцией прямого тракта:

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1},$$

где $k=25$, $T=0,1$ с, $\zeta = 0,8$, найти показатели качества как функции параметров ее разомкнутой части и их численные значения.

Задание 7 – 10.

Определить для системы канонической структуры с передаточными функциями соответственно регулятора и объекта:

$$W_1(s) = \frac{s+2}{s+5}, \quad W_0(s) = \frac{6}{s(s+1)}$$

установившуюся ошибку выходного сигнала при входном сигнале в трех вариантах:

- а) единичный ступенчатый сигнал,
- б) единичный линейный сигнал,
- в) единичный параболический сигнал.

Задание 3 – 1.

Объект управления имеет передаточную функцию в операторной форме:

$$W(s) = \frac{k_{oy}}{a(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)},$$

40

Задание 7 – 6.

Рассчитать показатели качества переходного процесса как реакции на функцию Хевисайда для системы управления с передаточной функцией вида:

$$H(s) = \frac{k}{s(s+a)+k}$$

с параметрами $k = 100$, $a = 12$.

Задание 7 – 7.

Рассчитать параметры системы управления с передаточной функцией вида:

$$H(s) = \frac{k}{s^2 + as + k}$$

так, чтобы переходный процесс отработки единичного ступенчатого воздействия имел перерегулирование не более 8% и время регулирования не более 5с.

Задание 7 – 8.

Определить значение коэффициента передачи регулятора в прямой цепи системы с передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{k}{(1+10s)}, \text{ при } k > 0$$

для обеспечения системы, замкнутой отрицательной единичной обратной связью, запаса устойчивости по фазе 45° . Определить установившуюся ошибку.

9

ных характеристик системы. Критерий Гурвица имеет следующую формулировку:

Система управления, имеющая характеристическое уравнение (1.18) асимптотически устойчива, если при $a_0 > 0$ положительны все главные миноры Δ_i матрицы Гурвица $G_{n \times n}$.

Матрица Гурвица является квадратной, размерность ее совпадает с порядком n системы и имеет вид

$$G_{n \times n} = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Если существует хотя бы один главный минор $\Delta_i = 0$, то система находится на границе устойчивости, если хотя бы один главный минор $\Delta_i < 0$ отрицателен, то система неустойчива.

Критерий Михайлова формулируется следующим образом:

Если характеристический многочлен системы имеет вид (1.18), то замкнутая система асимптотически устойчива, тогда и только тогда, когда годограф Михайлова $A(j\omega) = \varphi(\lambda) |_{\lambda=j\omega}$ при изменении частоты $0 \leq \omega < \infty$, начинаясь на действительной положительной полуоси, проходит последовательно столько квадрантов в положительном направлении не обращаясь в ноль, каков порядок системы n .

Если при частоте ω^* годограф Михайлова пересекает начало координат, то такая система находится на границе устойчивости. Критерий Найквиста используют для анализа устойчивости замкнутой системы по АФЧХ ее разомкнутого контура. Построение этой характеристики

оказывается проще, особенно, если прямой тракт системы состоит из последовательного соединения типовых звеньев. Критерий Найквиста формулируется двояко:

Первая формулировка критерия:

Автоматическая система с асимптотически устойчивой разомкнутой частью будет асимптотически устойчивой после замыкания, если и только если годограф

ее разомкнутой части системы не охватывает контрольную точку с координатами $(-1 + j0)$.

Вторая формулировка критерия:

Автоматическая система с нейтрально-устойчивой разомкнутой частью будет асимптотически устойчивой после замыкания, если и только если годограф ее разомкнутой части, дополненный на частотах разрыва дугой бесконечно большого радиуса, не охватывает контрольную точку $(-1 + j0)$.

Для систем, разомкнутый контур которых неустойчив, обобщенная формулировка критерия Найквиста следующая:

После замыкания система будет асимптотически устойчива тогда и только тогда, когда годограф разомкнутой части системы, при $0 \leq \omega < \infty$, охватывает контрольную точку $(-1 + j0)$ ровно $\frac{\mu}{2}$ раз, где μ – число правых полюсов характеристического уравнения ее разомкнутой части.

$$W_0(s) = \frac{k_0}{s(1 + T_0 s)}$$

рассчитать коэффициенты ошибок, если параметры системы: $k_0 = 125, k_1 = 1,2$, а входной сигнал имеет вид:

$$u(t) = 10 - 3t.$$

Задание 2 – 4.

По заданной передаточной функции разомкнутой части системы:

$$W_p(s) = \frac{2(1,25s^2 + 1)}{s(0,38s + 1)}$$

Определить реакцию замкнутой единичной отрицательной обратной связью системы на два типовых входных воздействия:

- 1) $u(t) = 1(t)$,
- 2) $u(t) = t \cdot 1(t)$.

Построить графики выходных сигналов и сигналов ошибки для обоих вариантов воздействий.

Задание 2 – 5.

Определить реакцию замкнутой системы управления на гармоническое входное воздействие вида:

$$u(t) = 3\sin 10t,$$

если передаточная функция разомкнутой системы:

$$W(s) = \frac{0,02s^2 + 1}{s(1 + 0,38s)}$$

38

Произвести оценку качества переходных процессов при заданном $\delta = 0,05$, характеризующим точность системы.

Задание 2 – 2.

Амплитудно-частотная характеристика замкнутой системы показана на рис. 6.

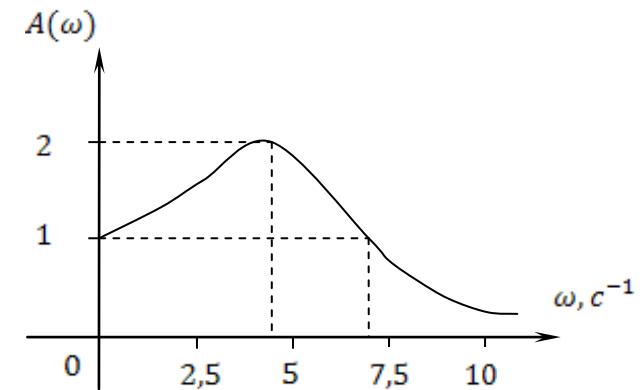


Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика.

Дать оценку переходных процессов в системе, используя частотные характеристики замкнутой системы. Изобразить качественно переходную характеристику $h(t)$.

Задание 2 – 3.

Для замкнутой системы канонической структуры с передаточной функцией регулятора:

$$W_1(s) = \frac{k_1(1 + T_1s)}{1 + T_2s}$$

и передаточной функцией объекта управления

11

2. Качество систем управления.

Для оценки качества системы управления рассчитываются показатели качества процесса управления: это

количественные оценки, характеризующие точность работы системы в установившемся режиме, быстродействие и колебательность переходных процессов. Показатели качества делятся на прямые, определяемые непосредственно по переходной характеристике системы, и косвенные, для которых используются частотные характеристики замкнутой системы $A_z(\omega)$ и спектр характеристических корней системы.

К показателям качества переходных процессов относятся:

1) σ – перерегулирование – это процентное отношение наибольшего выброса управляемого процесса к установившемуся значению регулируемой величины:

$$\sigma\% = \frac{y_{\max} - y_{\text{уст}}}{y_{\text{уст}}} 100\%; \quad (2.1)$$

σ оценивается неравенством $\sigma \leq 100\% \exp(-\pi \text{ctg} \beta)$, где β – полураствор сектора, который включает весь спектр полюсов системы;

2) $t_{\text{пер}}$ – время регулирования, определяемое из условия

$$[y(t) - y_{\text{уст}}(t)] \leq \delta, \quad (2.2)$$

где $\delta \in \{0,01y_{\text{уст}}(t); 0,05y_{\text{уст}}(t); 0,1y_{\text{уст}}(t); \}$ – обычно задаваемое значение, характеризующее точность системы,

12

$t_{\text{пер}} \leq 3/\eta$, где η – вещественная часть доминирующих корней системы для $\delta = 0,05$;

3) $t_{\max}$ – время максимального перерегулирования – время, за которое регулируемая величина достигает максимального значения $y(t_{\max}) = y_{\max}$;

4) t_1 – время первого достижения уровня задания – время, за которое регулируемая величина первый раз достигает установившегося значения

$$y(t_1) = y_{\text{уст}}, \quad t_1 \geq (1,5 \dots 2)/\omega_c; \quad (2.3)$$

5) M – колебательность системы – количество полных периодов колебаний за время регулирования.

Первый и пятый показатели качества характеризуют колебательность переходных процессов в замкнутой САУ, остальные показатели – их быстродействие.

В установившемся режиме основным показателем качества является величина установившейся ошибки $e_{\text{уст}}(t)$:

$$e_{\text{уст}}(t) = u(t) - y_{\text{уст}} \quad (2.4)$$

В установившемся режиме величину регулируемого сигнала $y_{\text{уст}}$ и величину сигнала ошибки $e_{\text{уст}}(t)$ можно вычислить, используя моменты импульсной характеристики μ_m и коэффициенты ошибки системы c_m .

При известной передаточной функции замкнутой системы $H(s)$ моменты импульсной характеристики μ_m могут быть найдены по формулам

$$\mu_m = \frac{d^m}{ds^m} H(s) \big|_{s=0}. \quad (2.5)$$

37

Задание 4 – 8.

Передаточная функция разомкнутой системы управления имеет вид:

$$W(s) = \frac{e^{-2,09s}}{s(s+1)(s+2)}.$$

Используя критерий Найквиста определить устойчива ли будет эта система после замыкания.

Задание 4 – 9.

Система управления имеет в прямом тракте n последовательно соединенных инерционных звеньев. При каком значении коэффициента передачи звеньев замкнутая система окажется на границе устойчивости.

Указание: для решения применить преобразование Эйлера: $Ae^{j\lambda} = A\cos\lambda + jA\sin\lambda$.

Задание 4 – 10.

Разомкнутая система автоматического управления имеет передаточную функцию вида:

$$W(s) = \frac{100}{s^3 + 10s^2 + 5s + 25}.$$

Используя критерий Гурвица определить устойчивость замкнутой системы.

Задание 2 – 1.

Замкнутая система автоматического управления имеет спектр полюсов вида:

$$\lambda_1 = -5, \lambda_2 = -10, \lambda_3 = -3 + j3, \lambda_4 = -3 - j3.$$

Продолжение таблицы 2

Вариант	Номер задания			Вариант	Номер задания		
1	2			3	4		
51	4-9	2-4	8-8	76	1-5	7-9	8-6
52	4-10	2-5	8-6	77	4-6	7-7	8-9
53	1-1	7-6	8-9	78	4-7	7-8	3-1
54	1-2	7-7	3-1	79	4-8	7-9	3-3
55	1-3	7-8	8-10	80	4-9	7-10	8-7
56	1-4	7-9	3-4	81	4-10	2-1	8-8
57	1-5	7-10	8-6	82	1-1	2-2	3-2
58	4-6	2-1	3-3	83	1-2	2-3	8-9
59	4-7	2-2	3-5	84	1-3	2-4	8-8
60	4-8	2-3	8-7	85	1-4	2-5	3-1
61	4-9	7-8	3-1	86	1-5	7-6	3-4
62	4-10	7-9	8-8	87	4-6	7-7	3-5
63	1-1	7-10	3-2	88	4-7	7-8	3-3
64	1-2	2-1	8-10	89	4-8	7-9	8-6
65	1-3	2-2	3-3	90	4-9	7-10	8-8
66	1-4	2-3	8-9	91	4-10	2-4	3-2
67	1-5	2-4	3-4	92	1-1	2-5	3-5
68	4-6	2-5	3-1	93	1-2	7-6	8-9
69	4-7	7-6	3-5	94	1-3	7-7	3-3
70	4-8	7-7	8-7	95	1-4	7-8	8-7
71	4-9	2-3	3-2	96	1-5	7-9	3-2
72	4-10	2-4	3-4	97	4-6	7-10	8-6
73	1-1	2-5	3-5	98	4-7	2-1	8-10
74	1-2	7-6	3-3	99	4-8	2-2	8-10
75	1-3	7-7	8-8	100	4-9	2-3	3-1

Установившееся значение регулируемого процесса с помощью μ_m может быть вычислено по формуле

$$y_{уст}(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\mu_m \cdot u^{(m)}(t)}{m!}. \quad (2.6)$$

Коэффициенты ошибки c_m могут быть определены использованием передаточной функции замкнутой САУ по ошибке $H_e(s)$ или по формулам

$$c_0 = 1 - \mu_0, \quad c_m = -\mu_m. \quad (2.7)$$

По коэффициентам c_m вычисляется установившееся значение ошибки отработки системой сигнала задания

$$e_{уст}(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{c_m \cdot u^{(m)}(t)}{m!}. \quad (2.8)$$

Часто установившееся значение ошибки обозначают e^* , а установившееся значение выходного сигнала y^* .

Системы управления по качеству процессов можно сравнивать не только прямым вычислением показателей качества, но и косвенно, вычисляя интегральные оценки переходных процессов. Интегральные оценки имеют вид квадратичного функционала от ошибки отработки входного воздействия и ее производных по времени:

$$J_0 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt, \quad (2.9)$$

$$J_1 = (e^2(t) + a_1^2 e^2(t)) dt, \dots, \quad (2.10)$$

$$J_k = \int_0^{\infty} \sum_k (a_k^2 (e^{(k)}(t))^2) dt. \quad (2.11)$$

Вычисление интегральной квадратичной оценки J_0 основано на соотношении Парсеваля

$$\int_0^{\infty} e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |E(j\omega)|^2 d\omega, \quad (2.12)$$

где $E(j\omega) = E(s) |_{s=j\omega}$ – преобразование Фурье функции ошибки.

Если функция $E(s) = H_e(s)/s$ имеет дробно-рациональное представление в виде реакции системы на функцию Хевисайда

$$U(s) = \frac{1}{s}, \quad (2.13)$$

то она будет иметь вид:

$$E(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n}, \quad n \geq m \quad (2.14)$$

и для нее формула Парсеваля имеет матричное аналитическое представление. Для случая $m = n - 1$ значения J_0 табулированы Мак-Ленном. Фрагмент этой таблицы для $n = 1, 2, 3$:

$$n = 1, \quad J_0 = \frac{b_0^2}{2a_0 a_1}; \quad (2.15)$$

$$n = 2, \quad J_0 = \frac{b_0^2 a_2 + a_1 b_1^2}{2a_0 a_1 a_2}; \quad (2.16)$$

$$n = 3, \quad J_0 = \frac{b_0^2 a_2 a_3 + b_1^2 a_0 a_3 + b_2^2 a_0 a_1 - 2b_0 b_2 a_0 a_3}{2a_0 a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}. \quad (2.17)$$

Таблица 2

Вари- ант	Номер задания			Вари- ант	Номер задания		
1	2			3	4		
01	4-7	2-4	3-3	26	1-3	7-6	8-9
02	4-8	2-5	8-7	27	1-4	7-7	8-10
03	4-9	7-6	3-2	28	1-5	7-8	8-6
04	4-10	7-7	8-6	29	4-6	7-9	3-4
05	1-1	7-8	3-4	30	4-7	7-10	3-5
06	1-2	7-9	3-1	31	4-8	2-1	8-7
07	1-3	7-10	8-7	32	4-9	2-2	3-3
08	1-4	2-1	3-3	33	4-10	2-3	3-2
09	1-5	2-2	8-8	34	1-1	2-4	3-5
10	4-6	2-3	3-1	35	1-2	2-5	3-1
11	4-7	2-5	3-4	36	1-3	7-7	3-4
12	4-8	7-6	8-6	37	1-4	7-8	8-6
13	4-9	7-7	3-3	38	1-5	7-9	3-3
14	4-10	7-8	8-7	39	4-6	7-10	8-8
15	1-1	7-9	3-4	40	4-7	2-1	3-2
16	1-2	2-2	8-6	41	4-8	2-2	3-4
17	1-3	2-3	3-2	42	4-9	2-3	3-1
18	1-4	2-4	8-8	43	4-10	2-4	3-5
19	1-5	2-5	8-7	44	1-1	2-5	8-9
20	4-6	7-6	8-9	45	1-2	7-6	3-5
21	4-7	7-7	3-3	46	1-3	7-8	3-2
22	4-8	7-8	8-8	47	1-4	7-9	8-10
23	4-9	7-9	8-9	48	4-5	7-10	8-9
24	4-10	7-10	8-10	49	4-6	2-1	8-10
25	1-1	2-1	8-7	50	4-7	7-10	3-5

Построить логарифмические амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики – ЛАЧХ и ЛФЧХ и используя логарифмический критерий Боде определить асимптотическую устойчивость замкнутой системы.

Задание 4 – 6.

Характеристический полином замкнутой системы имеет вид:

$$A(\lambda) = 0,002\lambda^5 + 0,234\lambda^4 + 3,76\lambda^3 + 19,6\lambda^2 + 36\lambda + 140.$$

Доказать асимптотическую устойчивость системы, анализируя годограф Михайлова.

Задание 4 – 7.

Передаточная функция неустойчивой разомкнутой системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{k}{(s+8)^2(s-1)}.$$

Рассчитать область значений коэффициента передачи k системы, в которой система после замыкания будет асимптотически устойчивой.

Указание: необходимо анализировать годограф Найквиста для заданного значения k , например $k = 600$.

3. Синтез линейных систем управления.

Синтезом систем управления является выбор и расчет параметров специальных регулирующих и корректирующих устройств, которые обеспечивают заданные статические и динамические характеристики систем управления. Синтез можно реализовать следующими способами: методом последовательной коррекции при включении в систему типовых регуляторов; путем введения корректирующих обратных связей или аналитическим конструированием регуляторов.

При последовательной коррекции регулятор $W_p(s)$ включается в контур регулирования последовательно с объектом регулирования $W_0(s)$ (рис. 1).

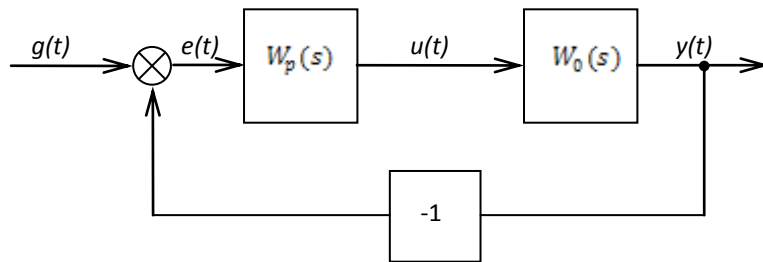


Рис. 1. Структурная схема системы с последовательной коррекцией.

Передаточная функция разомкнутой скорректированной системы

$$W_{\Sigma}(s) = W_p(s)W_0(s). \quad (3.1)$$

Выбор структуры и расчет параметров корректирующих устройств можно проводить, используя графоаналитические

методы, либо используя типовые критерии настройки регуляторов.

Графоаналитический метод основан на построении логарифмических частотных характеристик элементов разомкнутой части системы.

При известных логарифмических частотных характеристиках объекта регулирования $L_0(\omega)$, $\varphi_0(\omega)$ и сформированных на основе исходных требований качества «желаемых» логарифмических частотных характеристиках разомкнутого контура системы $L^*(\omega)$, $\varphi^*(\omega)$ искомые логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики регулятора $L_p(\omega)$, $\varphi_p(\omega)$ определяются выражениями:

$$L_p(\omega) = L^*(\omega) - L_0(\omega), \quad \varphi_p(\omega) = \varphi^*(\omega) - \varphi_0(\omega). \quad (3.2)$$

Синтез контура регулирования заключается в выборе динамического звена с частотными характеристиками $L_p(\omega)$, $\varphi_p(\omega)$ и к расчету соответствующих параметров этого звена. При этом построение «желаемых» амплитудной и фазовой частотных характеристик производят по исходным требованиям показателям качества процесса управления – σ , t_p , c_0 , c_1 , ...

Синтез систем управления производится по следующему алгоритму [2]:

1. Частоту среза ω_c желаемой характеристики $L^*(\omega)$ выбирают из условия $\omega_c \geq \omega_c^*$, в котором ω_c^* находят по заданному значению перерегулирования σ из номограммы В.В. Солодовникова или по ее табличному эквиваленту (табл. 1)

33

$$W_0(s) = \frac{1}{s(s-1)},$$

$$W_1(s) = \frac{k(T_1s + 1)}{T_2s + 1}.$$

Используя критерий Гурвица определить области значений параметров регулятора k, T_1, T_2 в которой система замкнутая единичной обратной связью будет асимптотически устойчива.

Задание 1 – 4.

Задан характеристический многочлен замкнутой системы:

$$A(\lambda) = \lambda^4 + 2\lambda^3 + 3\lambda^2 + 2\lambda + 1.$$

Используя годограф Михайлова доказать асимптотическую устойчивость замкнутой системы.

Задание 1 – 5.

Передаточная функция разомкнутой части системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{k(T_2s + 1)}{(T_1s + 1)(T_3s + 1)},$$

где значения параметров системы:

$$k = 32, T_1 = 0,5c, T_2 = 0,05c, T_3 = 0,01c.$$

32

Контрольные задания.

Варианты контрольных заданий указаны в таблице 2.

Задание 1 – 1.

Система автоматического управления имеет матрицу связи вида:

$$A = \begin{vmatrix} -1 & \alpha & 0 \\ \beta & -1 & \alpha \\ 0 & \beta & -1 \end{vmatrix}$$

Определить области допустимых значений для параметров системы α, β из условия асимптотической устойчивости по критерию Гурвица.

Задание 1 – 2.

Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{48}{s(s + a)(s + 12)}.$$

Используя критерий Рауса определить область допустимых значений для параметра системы a , в которой данная система, охваченная единичной отрицательной обратной связью, была бы асимптотически устойчива.

Задание 1 – 3.

Передаточная функция объекта $W_0(s)$ и регулятора $W_1(s)$ системы имеют вид:

17

$$\omega_c^* = \alpha\pi/t_p, \quad \alpha = \alpha(\sigma). \quad (3.3)$$

Таблица 1

$\sigma, \%$	10	20	30	40
α	0,914	2,625	3,875	5,066

2. Среднечастотная часть «желаемой» характеристики $L^*(\omega)$ проводится через ω_c с наклоном – 20 дБ/дек в интервале частот $[\omega_2, \omega_3]$, $\omega_2 < \omega_3$. При этом $\omega_3 = (2 \div 4)\omega_c$, $\omega_2 \approx \omega_c^2/\omega_3$, избыток фазы

$$\pi - |\varphi^*(\omega_2)| = \varphi(\omega_2) \quad (3.4)$$

на левом конце и избыток фазы

$$|\varphi^*(\omega_3)| - \pi = \varphi(\omega_3) \quad (3.5)$$

на правом конце интервала должен быть не менее 40° .

Низкочастотная часть «желаемой» характеристики $L^*(\omega)$ совпадает с низкочастотной частью характеристики $L_0(\omega)$,

которая принимает на частоте $\omega = 1$ значение $20 \lg k, k \geq \frac{1}{c_1}$, и имеет асимптотический наклон – $20v$ дБ/дек, где v – порядок астатизма объекта.

3. Сопряжение среднечастотной части характеристики $L^*(\omega)$ с ее низкочастотной частью выполняется в интервале $[\omega_1, \omega_2]$ прямыми с наклоном -40 или -60 дБ/дек. Сопряжение среднечастотной части $L^*(\omega)$ с ее высокочастотной частью выполняется в интервале

18

$[\omega_3, \omega_4]$, $\omega_4 = (6 \div 8)\omega_c$ прямыми с наклоном -40 дБ/дек.

При сопряжении среднечастотной части характеристики следует контролировать, чтобы избыток фазы на концах интервала был не меньше 40° .

4. Искомая передаточная функция корректирующего звена – пассивного или активного четырехполюсника – находится по частотным характеристикам $L_p(\omega)$, $\varphi_p(\omega)$.

Завершает процедуру синтеза проверочный расчет или моделирование переходных процессов в скорректированной системе.

Применяя последовательную коррекцию, реализуем синтез замкнутой системы, у которой прямой тракт имеет передаточную функцию

$$W_0(s) = \frac{200}{s(0,1s+1)(0,02s+1)(0,005s+1)}, \quad (3.6)$$

где

$$\omega_{10} = \frac{1}{T_{10}} = \frac{1}{0,1} = 10c^{-1}, \quad (3.7)$$

$$\omega_{20} = \frac{1}{T_{20}} = \frac{1}{0,02} = 50c^{-1}, \quad (3.8)$$

$$\omega_{30} = \frac{1}{T_{30}} = \frac{1}{0,005} = 200c^{-1}, \quad (3.9)$$

31

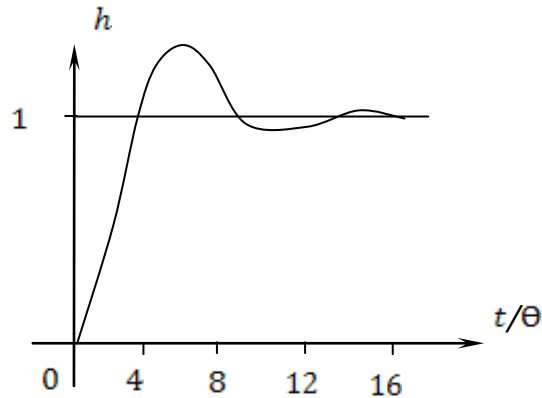


Рис. 5. Настройка на симметричный оптимум.

Показатели качества такого процесса: время достижения $h = 1$ составляет – $3,1 \cdot \Theta$ с; перерегулирование 43,4%; время регулирования $t_p = 16,5 \cdot \Theta$ с.

30

$$= \frac{k_p k_0 (T_p s + 1)}{\Theta T_p T_0 s^3 + T_p T_0 s^2 + k_p k_0 T_p s + k_p k_0} = \frac{a_3 + a_2 s}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}, \quad (3.48)$$

который может быть оптимизирован условиями (3.33), из которых следует:

$$(T_p T_0)^2 = 2k_p k_0 T_p^2 T_0 \Theta, \quad (k_p k_0 T_p)^2 = 2k_p k_0 T_p T_0, \quad (3.49)$$

откуда получим:

$$T_0 = 2k_p k_0 \Theta, \quad k_p k_0 T_p = 2T_0, \quad (3.50)$$

тогда «оптимальные» значения параметров регулятора:

$$T_p = \frac{2T_0}{k_p k_0} = \frac{4k_p k_0 \Theta}{k_p k_0} = 4\Theta, \quad k_p = \frac{T_0}{2k_0 \Theta}. \quad (3.51)$$

Подставив эти значения в передаточную функцию замкнутой системы, получим второй «стандартный» вид этой функции

$$H^*(s) = \frac{4\Theta s + 1}{8(\Theta s)^2 + 8(\Theta s)^2 + 4\Theta s + 1}. \quad (3.52)$$

На рис. 5, изображен «стандартный» переходный процесс в замкнутой системе, настроенной на «симметричный оптимум».

Переходный процесс описывается уравнением:

$$h(t) = 1 + e^{-\frac{t}{2\Theta}} - 2e^{-\frac{t}{4\Theta}} \cos \frac{\sqrt{3}}{4\Theta} t. \quad (3.53)$$

19

так, чтобы переходный процесс реакции на входное ступенчатое воздействие имел перерегулирование не более $\sigma = 30\%$ и время регулирования не более $t_p = 0,8$.

На рис. 3. приведены логарифмические частотные характеристики $L_p(\omega)$, $\varphi_p(\omega)$ прямого тракта системы.

Для построения желаемой логарифмической амплитудной частотной характеристики по таблице 1 по заданному значению $\sigma = 30\%$ определим $\alpha = 3,875$ и определим частоту среза желаемой ЛАЧХ

$$\omega_c \geq \frac{\alpha \cdot \pi}{t_p} = \frac{3,875 \cdot 3,14}{0,8} = 15,2 c^{-1} \quad (3.10)$$

Среднечастотный интервал $[\omega_2, \omega_3]$ «желаемой» характеристики такой, что $\omega_2 = 3,8 \div 7,7 c^{-1}$, а частота $\omega_3 = 30 \div 60 c^{-1}$. Избыток фазы $\varphi(\omega_2) = \pi - \varphi^*(\omega_2)$, определяемый по рис. 3., на левом конце интервала составляет $80 \div 63^\circ$, а на правом $\varphi(\omega_3) = |\varphi^*(\omega_3)| - \pi$, $30 \div 58^\circ$, поэтому правую границу интервала принимаем равной $\omega_3 = 50 c^{-1}$.

Сопряжения низкочастотной и высокочастотной частей характеристики выполним на частотах $\omega_1 = 0,4 c^{-1}$ и $\omega_4 = 115 c^{-1}$.

Амплитудно-частотная характеристика корректирующего звена $L_p(\omega)$ позволяет найти передаточную функцию и схему (рис. 2.) этого звена:

$$W_p(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)}, \quad (3.11)$$

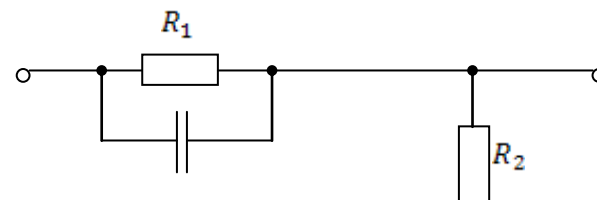
где

20

$$T_1 = R_1 C_1, \quad (3.12)$$

$$T_2 = R_2 C_2, \quad (3.13)$$

$$T_3 + T_4 = T_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + T_2. \quad (3.14)$$



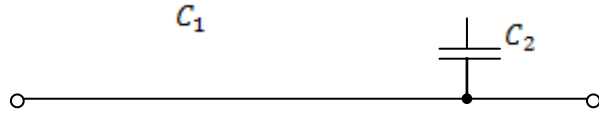


Рис. 2. Схема корректирующего звена.

Соотношения для параметров передаточной функции корректирующего звена при задании одного значения $C_2 = 0,05$ мкФ дают значения остальных параметров:

$$R_1 = 198,4 \text{ кОм}, R_2 = 2000 \text{ кОм}, C_1 = 1,1 \text{ мкФ}.$$

Откуда параметры передаточной функции:

$$T_1 = 0,2174 \text{ с}, \quad \omega_{1p} = \frac{1}{T_1} = 4,6 \text{ с}^{-1} \quad (3.15)$$

$$T_2 = 0,1 \text{ с}, \quad \omega_{2p} = \frac{1}{T_2} = 10 \text{ с}^{-1} \quad (3.16)$$

29

Настроим контур на «модульный оптимум» $a_1^2 = 2a_0a_2$, откуда $T^2 = 2\theta k_p k_0 T$, что позволит найти еще один параметр настройки ПИ-регулятора: $k_p = T/(2\theta k_0)$.

В результате такой настройки передаточная функция замкнутой системы принимает первый «стандартный» вид

$$H^*(s) = \frac{1}{2\theta^2 s^2 + 2\theta s + 1}, \quad \text{где } a_2 = 1, \quad (3.45)$$

а значит, в системе будет иметь место «стандартный» переходный процесс.

Если объект регулирования представлен в виде последовательно соединенных инерционных звеньев и звена интегрирования

$$W_0(s) = \frac{k_0}{T_0 s} \prod_i \frac{k_{0i}}{T_{0i} s + 1} = \frac{k_0}{T_0 s(\Theta s + 1)}, \quad \Theta = \sum_i T_{0i}, \quad (3.46)$$

то ПФ разомкнутого контура будет иметь вид:

$$W(s) = W_p(s) W_0(s) = \frac{k_p (T_p s + 1)}{T_p s} \cdot \frac{k_0}{T_0 s(\Theta s + 1)}. \quad (3.47)$$

Для управления в замкнутом контуре применим ПИ-регулятор с параметрами k_p, T_p , передаточная функция замкнутого контура примет второй «стандартный» вид:

$$H(s) = \frac{W(s)}{1+W(s)} = \frac{k_p k_0 (T_p s + 1)}{T_p T_0 s^2 (\Theta s + 1) + k_p (T_p s + 1) \cdot k_0} =$$

28

Пусть объект регулирования представлен последовательно соединенными инерционными звеньями, одно из которых имеет постоянную времени, существенно большую всех остальных. Передаточную функцию такого объекта можно представить в виде

$$W_0(s) \approx \frac{k_0}{(T s + 1)(\Theta s + 1)}, \quad (3.41)$$

где Θ – сумма всех малых постоянных времени.

Задачу синтеза решает использование ПИ-регулятора, который позволяет компенсировать большую постоянную времени и выполнить настройку замкнутого контура на «модульный оптимум». Разомкнутый контур системы имеет передаточную функцию

$$W(s) = W_p(s)W_0(s) = \frac{k_p(T_p s + 1)}{T_p s} \frac{k_0}{(Ts + 1)(\Theta s + 1)}. \quad (3.42)$$

Настроим регулятор так, чтобы $T_p = T$, тогда

$$W(s) = \frac{k_p k_0}{Ts(\Theta s + 1)} = \frac{k_p k_0}{\Theta T s^2 + Ts}. \quad (3.43)$$

После такой компенсации передаточная функция замкнутого контура принимает первый «стандартный» вид

$$H(s) = \frac{W(s)}{1+W(s)} \rightarrow H(s) = \frac{k_p k_0}{\Theta T s^2 + Ts + k_p k_0} =$$

$$= \frac{a_2}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}. \quad (3.44)$$

21

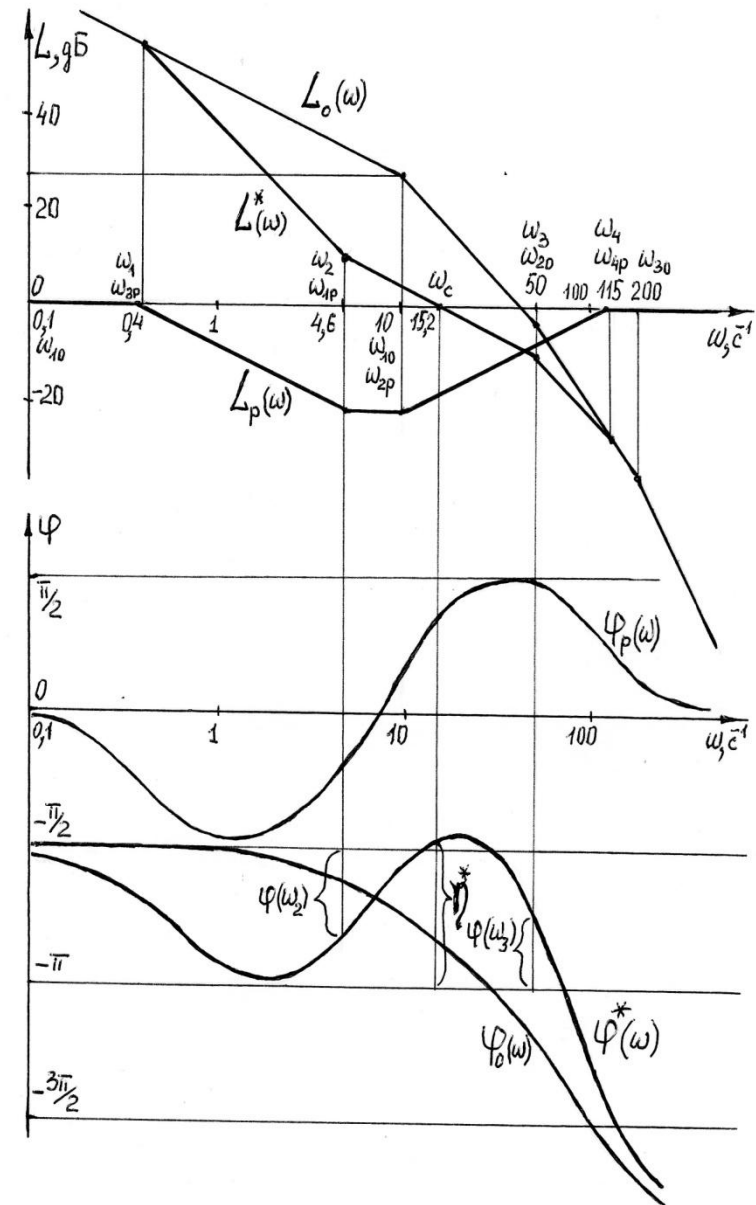


Рис. 3. Частотные характеристики.

$$T_3 = 2,5c, \quad \omega_{3p} = \frac{1}{T_3} = 0,4c^{-1} \quad (3.17)$$

$$T_4 = 0,0087c, \quad \omega_{4p} = \frac{1}{T_4} = 115c^{-1} \quad (3.18)$$

При введении корректирующего звена у системы управления появился запас устойчивости по фазе $\eta^* = 95^\circ$.

В структурных схемах с последовательным соединением инерционных и интегрирующих звеньев для синтеза систем управления применяется метод последовательной коррекции с подчиненным регулированием координат.

В системах управления используются пять основных типов регуляторов:

- 1) П-регулятор (пропорциональный), закон управления $u(t)$ и передаточная функция которого имеют вид:

$$u(t) = k_n e(t), \quad W_{\Pi}(s) = k_n; \quad (3.19)$$

- 2) И-регулятор (интегральный):

$$u_{\Pi}(t) = k_u \int_0^t e(t) dt, \quad W_{\Pi}(s) = \frac{1}{T_{\Pi} s}; \quad (3.20)$$

- 3) ПИ-регулятор (пропорционально-интегральный):

$$u_{\Pi\text{И}}(t) = k_n e(t) + k_u \int_0^t e(t) dt, \quad (3.21)$$

$$W_{\Pi\text{И}}(s) = k_n + k_u \frac{1}{s} = \frac{T_{\text{И}} s + 1}{T_{\text{И}}};$$

- 4) ПД-регулятор (пропорционально-дифференциальный):

27

$$H^*(s) = \frac{1}{2\theta^2 s^2 + 2\theta s + 1}, \quad (3.39)$$

зависящий только от суммы малых постоянных времени объекта. Система представляется моделью звена второго порядка с постоянной времени $T^2 = 2\theta^2 \rightarrow T = \sqrt{2\theta^2} = 1,414\theta$, коэффициентом затухания $2\zeta T = 2\theta \rightarrow \zeta = \frac{2\theta}{2T} = \frac{2\theta}{2\sqrt{2}\theta} = \frac{\theta}{\sqrt{2}\theta} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$.

Переходный процесс в такой системе описывается зависимостью

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{0,707t}{\theta}} (\cos 0,707/\theta + \sin t/\theta) \quad (3.40)$$

и имеет вид, изображенный на рис. 4.

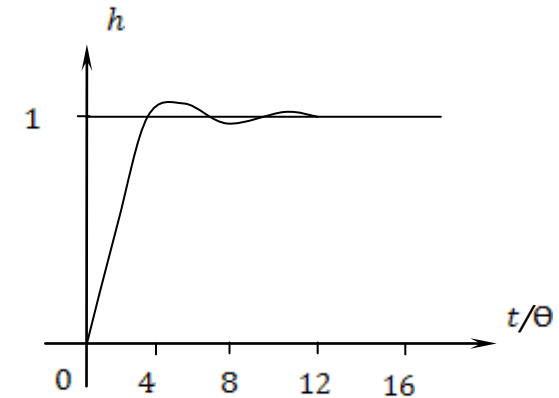


Рис. 4. Настройка на модульный оптимум.

Показатели качества этого переходного процесса: время достижения уровня $h = 1 \quad 3,4 \cdot \Theta c$; перерегулирование 4,3%; время регулирования $8,4 \cdot \Theta c$.

26

$$= \frac{k_0}{1+s \sum_i T_i + s^2 \sum_{i,j} T_i T_j + \dots}$$

(3.34)

ПФ объекта принимает вид:

$$W_0(s) = \frac{k_0}{1+s\Theta}, \quad \Theta = \sum_i T_i. \quad (3.35)$$

Для синтеза применим И-регулятор с ПФ:

$$W_p(s) = \frac{1}{T_p s}. \quad (3.36)$$

Передаточная функция разомкнутого контура системы –

$$W(s) = W_p(s) \cdot W_0(s) = \frac{k_0}{T_p s(1+\Theta s)},$$

(3.37)

после замыкания передаточная функция системы примет первый «стандартный» вид:

$$H(s) = \frac{W(s)}{1+W(s)} = \frac{k_0}{\Theta T_p s^2 + T_p s + k_0} = \frac{a_2}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}. \quad (3.38)$$

Чтобы найти параметр настройки И-регулятора, воспользуемся условием (3.31) настройки контура, получим $a_1^2 = 2a_0 a_2$, $T_p^2 = 2\Theta T_p k_0$, $T_p = 2\Theta k_0$. В результате такой настройки передаточная функция замкнутой системы принимает «оптимальный» вид (первый «стандартный», где $a_2 = 1$):

23

$$u_{\text{пд}}(t) = k_n e(t) + k_d \frac{ds}{dt},$$

$$W_{\text{пд}}(s) = k_n(1 + T_d s) \quad (3.22)$$

5) ПИД-регулятор (пропорционально-интегрально-дифференциальный):

$$u_{\text{пид}}(t) = k_n e(t) + k_u \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{ds}{dt},$$

$$W_{\text{пид}}(s) = k_n + k_u \frac{1}{s} + k_d s = \frac{(1+T_{\text{из}}s)(1+T_d s)}{T_{\text{и}} s}. \quad (3.23)$$

В (3.19) – (3.23) коэффициенты k_n , k_u , k_d и постоянные времени $T_{\text{из}}$, T_d , $T_{\text{и}}$ – настроечные параметры регуляторов. Связь между ними осуществляется по соотношениям вида:

$$k_n = \frac{T_{\text{из}} + T_d}{T_{\text{и}}}, \quad k_d = \frac{T_{\text{из}} + T_d}{T_{\text{и}}}, \quad T_{\text{и}} = \frac{1}{k_u}. \quad (3.24)$$

В основе синтеза типовых регуляторов лежит идея компенсации наибольших постоянных времени объекта управления постоянными времени регуляторов. При синтезе систем управления основным условием является воспроизведения на выходе входного сигнала задания: $y(t) = g(t)$. Вследствие воздействия на объект управления помех, или недостатков структуры самого объекта в системе появляется ошибка

$$e(t) = g(t) - y(t). \quad (3.25)$$

24

Для устранения ошибки в систему включают регулятор, который вырабатывает сигнал управления $u(t) = f(e(t))$, являющийся функцией сигнала ошибки $e(t)$. Регулятор оказывает воздействие на объект управления таким образом, чтобы устранить ошибку.

Условие $e_{t \rightarrow \infty}(t) \rightarrow 0$ может быть сформулировано для достаточно широкого спектра частот

$$|H(j\omega)| \cong 1. \quad (3.26)$$

Для выполнения этого условия для (3.23) при настройке регуляторов нужно:

- 1) компенсировать наибольшие постоянные времени объекта

$$T_{\max 1} = T_d, \quad T_{\max 2} = T_{из}$$

или

$$T_{\max 1} = T_d, \quad T_{\max 2} = 4T_{из}; \quad (3.27)$$

- 2) преобразовать последовательное соединение инерционных звеньев объекта в одно звено с суммарной постоянной времени T_{Σ}

$$W(s) = \frac{k_{oy}}{s^n \prod_{i=1}^n T_i s + 1} \approx \frac{k_{oy}}{s^n (T_{\Sigma} s + 1)}; \quad (3.28)$$

- 3) привести передаточную функцию замкнутой системы

$$H(s) = \frac{W_p(s)W_{oy}(s)}{1 + W_p(s)W_{oy}(s)}; \quad (3.29)$$

25

к одному из двух типовых видов:

- а) если передаточная функция имеет первый «стандартный» вид:

$$H(s) = \frac{a_2}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}; \quad (3.30)$$

а ее параметры удовлетворяют равенству

$$a_1^2 = 2a_2 a_0, \quad (3.31)$$

то система настроена по критерию модульного оптимума (МО).

- б) если передаточная функция имеет второй «стандартный» вид:

$$H(s) = \frac{a_2 s + a_3}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}, \quad (3.32)$$

а ее параметры должны удовлетворять равенствам

$$a_1^2 = 2a_2a_0, \quad a_2^2 = 2a_1a_3, \quad (3.33)$$

то система настроена по критерию симметричного оптимума (SO) .

Если объект регулирования представлен последовательно соединенными инерционными звеньями с малыми постоянными времени T_i , то передаточная функция такого объекта

$$W_0(s) = k_0 \prod_i \frac{1}{T_i s + 1} =$$