ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса общей физики студент-заочник должен представить в учебное заведение, в зависимости от специальности, от двух до шести контрольных работ**.**

2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов.

3. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке которой привести сведения по следующему образцу:

Контрольная работа № 1 по физике Студента 1-го курса заочного отделения Специальности 190800 Шифр 257320 Киселева Александра Васильевича

4. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.

5. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того; чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6. Высылать на рецензию следует одновременно не более одной работы. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать только после получении рецензии на предыдущую.

7. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с незачтенной.

8. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

9. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

10. Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

11. После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величии, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно (см. пример 4 на с.32).

12. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в

любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби, и имеющих одинаковые степени (см. пример 7 на с.10).

13. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52\cdot10^{3}$, вместо 0,00129 записать $0{,}29\cdot I0^{-3}$ и т.п.

14. Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений (см. «Задачник по физике» Л.Г. Чертова, Л.Л. Воробьева. Приложение о приближенных вычислениях). Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Основные формулы

Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твердого тела) вдоль оси x

$$x = f(t),$$

где $f(t)$ — некоторая функция времени, проекция средней скорости на ось x

Проекция средней скорости на ось x

$$\langle \upsilon_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Средняя путевая скорость

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs - путь, пройденный точкой за интервал времени Δt. Путь Δs в отличие от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не может убывать и принимать отрицательные значения, т. е. $\Delta s \geq 0$.

Проекция мгновенной скорости на ось x

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}.$$

Проекция среднего ускорения на ось x

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta \upsilon_x}{\Delta t}.$$

Проекция мгновенного ускорения на ось x

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}.$$

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности

$$\varphi = f(t), \qquad r - R = \text{const}.$$

Модуль угловой скорости

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Модуль углового ускорения

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь между модулями линейных и угловых величин, характеризующих движение точки по окружности:

$$\upsilon = \omega R,\ \ a_\tau = \varepsilon R,\ \ a_n = \omega^2 R,$$

где υ - модуль линейной скорости; a_τ и a_n - модули тангенциального и нормального ускорений; ω - модуль угловой скорости; ε - модуль углового ускорения; R - радиус окружности.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \quad \text{или} \quad a = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}\ .$$

Угол между полным a и нормальным a_n ускорениями

$$a = \arccos(a_n/a).$$

Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A\cos(\omega t + \varphi).$$

где x - смещение; A - амплитуда колебаний; ω - угловая или циклическая частота; φ - начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi); \qquad a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi).$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}\ ;$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}\ .$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях,

$$x = A_1\cos\omega t; \qquad y = A_2\cos(\omega t + \varphi):$$

а) $y = \frac{A_2}{A_1}x$, если разность фаз $\varphi = 0$;

б) $y = -\frac{A_2}{A_1}x$, если разность фаз $\varphi = \pm\pi$;

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, если разность фаз $\varphi = \pm\pi/2$.

Уравнение плоской бегущей волны

$$y = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right),$$

где y - смещение любой из точек среды с координатой x в момент t; υ - скорость распространения колебаний в среде.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространении колебаний;

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x,$$

где λ - длина волны.

Импульс материальной точки массой m, движущейся со скоростью υ,

$$p = m\upsilon.$$

Второй закон Ньютона

$$dp = Fdt,$$

где F — результирующая сила, действующая на материальную точку.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k - коэффициент упругости (в случае пружины — жесткость); x — абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$P = mg;$$

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

где G - гравитационная постоянная; m_1 и m_2 - массы взаимодействующих тел; r - расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки). В случае гравитационного взаимодействия силу можно выразить также через напряженность G гравитационного поля:

$$F = mG;$$

г) сила трения (скольжения)

$$F = fN,$$

где f - коэффициент трения; N - сила нормального давления.

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^{N} p_i = \text{const},$$

или для двух тел (i = 2)

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1u_1 + m_2u_2,$$

где υ_1 и υ_2 - скорости тел в момент времени, принятый за начальный; u_1 и u_2 - скорости тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$T = m\upsilon^2/2 \quad \text{или} \quad T = p^2/(2m).$$

Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины

$$\Pi = \frac{1}{2}kx^2,$$

где k - жесткость пружины; x - абсолютная деформация;
б) гравитационного взаимодействия

$$П = - Gm_1m_2/r,$$

где G - гравитационная постоянная; m_1 и m_2 - массы взаимодействующих тел; r - расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки);
в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$П = mgh,$$

где g - ускорение свободного падения; h - высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии h << R, где R — радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии

$$E = T + П = const.$$

Работа A, совершаемая результирующей силой, определяется как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси z

$$M_z = J_z\varepsilon,$$

где M_z - результирующий момент внешних сил относительно оси z, действующих на тело; ε - угловое ускорение; J_z - момент инерции относительно оси вращения. Моменты инерции некоторых тел массой m относительно оси z, проходящей через центр масс:
а) стержня длиной *l* относительно оси, перпендикулярной стержню,

$$J_z = \frac{1}{12}ml^2;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра),

$$J_z = mR^2,$$

где R - радиус обруча (цилиндра);
в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска,

$$J_z = \frac{1}{2}mR^2.$$

Проекция на ось z момента импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси z,

$$L_z = J_z\omega,$$

где ω - угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса систем тел, вращающихся вокруг неподвижной оси z,

$$J_z\omega = const,$$

где J_z - момент инерции системы тел относительно оси z; ω - угловая скорость вращения тел системы вокруг оси z.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z,

$$T = \frac{1}{2} J_z\omega^2, \text{ или } T = \frac{L_z^2}{2J_z}.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где A = 2 м, B = 1 м/с, C = -0,5 м/с^3. Найти координату x, скорость υ_x и ускорение a_x точки в момент времени t = 2c.

Решение. Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A, B и C и времени t:

$$x = (2 + 1\cdot 2 - 0,5\cdot 2^3)\text{ м} = 0.$$

Мгновенная скорость относительно оси *x* есть первая производная, от координаты по времени:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = 6Ct.$$

В момент времени t = 2 с

$$\upsilon_x = (1 - 3\cdot 0,5\cdot 2^2)\text{ м/с} = -5\text{ м/с};$$

$$a_x = 6(-0,5)\cdot 2\text{ м/с}^2 = -6\text{ м/с}^2.$$

Пример 2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где A = 10 рад, B = 20 рад/с, C = -2 рад/с^2. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии r = 0,1 м от оси вращения, для момента времени t = 4 с.

Решение. Полное ускорение *a* точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения a_τ направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения a_n, направленного к центру кривизны траектории (рис.1):

$$a = a_\tau + a_n.$$

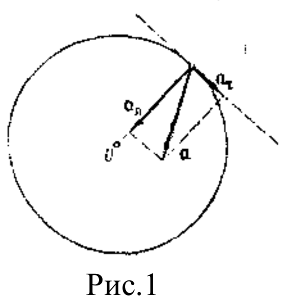

Рис.1

Так как векторы a_τ и a_n взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1)$$

Модули тангенциального и нормального ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами

$$a_\tau = \varepsilon r, \quad a_n = \omega^2 r,$$

где ω - модуль угловой скорости тела; ε - модуль его углового ускорения.

Подставляя выражения a_τ и a_n в формулу (1), находим

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (2)$$

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct.$$

В момент времени t = 4 с модуль угловой скорости

$$\omega = [20 + 2\cdot(-2)\cdot 4] \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с}.$$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = d\omega/dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Подставляя значения ω, ε и r в формулу (2), получаем

$$a = 0{,}1\sqrt{-4^2 + 4^4} \text{ м/с}^2 = 1{,}65 \text{ м/с}^2.$$

Пример 3. Ящик массой m_1 = 20 кг соскальзывает по идеально гладкому лотку длиной l = 2 м на неподвижную тележку с песком и застревает в нем. Тележка с песком массой m_2 = 80 кг может свободно (без трения) перемещаться по рельсам в горизонтальном направлении. Определить скорость u тележки с ящиком, если лоток наклонен под углом α = 30° к рельсам.

Р е ш е н и е. Тележку и ящик можно рассматривать как систему двух неупруго взаимодействующих тел. Но эта система не замкнута, так как на нее действуют внешние силы: силы тяжести m_1g и m_2g и сила реакции N_2 (рис.2). Поэтому применить закон сохранения импульса к системе ящик-тележка нельзя. Но так как проекции указанных сил на направление оси x, совпадающей с направлением рельсов, равны нулю, то проекцию импульса системы на это направление можно считать постоянной, т.е.

$$p_{1x} + p_{2x} = p'_{1x} + p'_{2x}, \qquad (1)$$

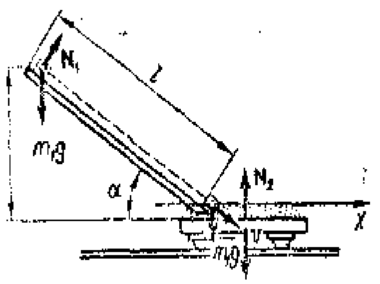

Рис.2

где p_{1x} и p_{2x} – проекции импульса ящика и тележки с песком в момент падения ящика на тележку; p'_{1x} и p'_{2x} – те же величины после падения ящика.

Рассматривая тела системы как материальные точки, выразим в равенстве (1) импульсы тел через их массы и скорости, учитывай, что $p_{2x} = 0$ (тележка до взаимодействия с ящиком покоилась), а также что после взаимодействия оба тела системы движутся с одной и той же скоростью u:

$$m_1\upsilon_{1x} = (m_1 + m_2)u,$$

или

$$m_1\upsilon_1\cos\alpha = (m_1 + m_2)u,$$

где υ_1 - модуль скорости ящика перед падением на тележку; $\upsilon_{1x} = \upsilon_1\cos\alpha$ -проекция этой скорости на ось x.

Отсюда $u = m_1\upsilon_1\cos\alpha/(m_1 + m_2)$. (2)

Модуль скорости υ_1 определим из закона сохранения энергии:

$$m_1gh = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2,$$

где $h = l\sin\alpha$, откуда

$$\upsilon_1 = \sqrt{2gl\sin\alpha}\,.$$

Подставив выражение υ_1 в формулу (2), получим

$$u = \frac{m_1\sqrt{2gl\sin\alpha}\cos\alpha}{m_1 + m_2}.$$

После вычислений найдем

$$u = \frac{20\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 2\sin 30^\circ}}{20+80}\cos 30^\circ \text{ м/с} = 0{,}2\sqrt{19{,}6}\cdot 0{,}867 \text{ м/с} = 0{,}767 \text{ м/с}.$$

Пример 4. На спокойной воде пруда перпендикулярно берегу и носом к нему стоит лодка массой M и длиной L. На корме стоит человек массой m. На какое расстояние s удалится лодка от берега, если человек перейдет с кормы на нос лодки? Силами трения и сопротивления пренебречь.

Р е ш е н и е. Систему человек-лодка относительно горизонтального направления можно рассматривать как замкнутую. Согласно следствию из закона сохранения импульса, внутренние силы замкнутой системы тел не могут изменить положение центра масс системы. Применяя это следствие к системе человек- лодка, можно считать, что при перемещении человека по лодке центр масс системы не изменит своего положения, т.е. останется на прежнем расстоянии от берега.

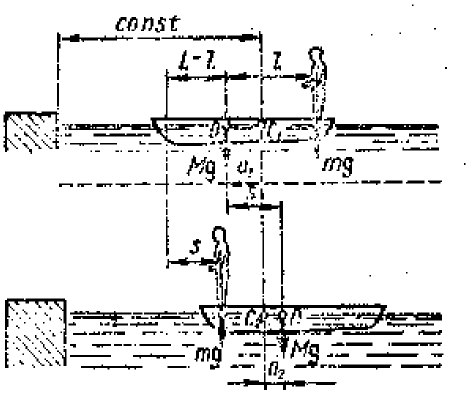

Рис. 3

Пусть центр масс системы человек-лодка находится на вертикали, проходящей в начальный момент через точку C_1 лодки (рис.3), а после перемещения лодки - через другую ее точку C_2. Так как эта вертикаль неподвижна относительно берега, то искомое перемещение s лодки относительно берега равно перемещению лодки относительно вертикали. А это последнее легко определить по перемещению центра масс O лодки. Как видно из рис.3, в начальный момент точка O находится на расстоянии a_1 слева от вертикали, а после перехода человека — на расстоянии a_2 справа от вертикали. Следовательно, искомое перемещение лодки

$$s = a_1 + a_2.$$

Для определения a_1 и a_2 воспользуемся тем, что результирующий момент сил, действующих на систему относительно горизонтальной оси, перпендикулярной продольной оси лодки, равен нулю. Поэтому для начального положения системы $Mga_1 = mg(l - a_1)$, откуда

$$a_1 = ml/(M + m).$$

После перемещения лодки $Mgd_2 = mg(L - d_2 - l)$, откуда

$$a_2 = m(L - l)/(M + m).$$

Подставив полученные выражения a_1 и a_2 в (1), найдем

$$s = \frac{m}{M+m}l + \frac{m}{M+m}(L - l), \text{ или } s = \frac{m}{M+m}L.$$

Пример 5. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх нуля массой $m = 20$ г поднялась на высоту $h = 5$ м. Определить жесткость k пружины пистолета, если она была сжата на $x = 10$ см. Массой пружины и силами трения пренебречь.
Р е ш е н и е. Рассмотрим систему пружина-пуля. Так как на тела системы действуют только консервативные силы, то для решения задачи можно применить закон сохранения энергии в механике. Согласно ему полная механическая энергия E_1 системы в начальном состоянии (в данном случае перед выстрелом) равна полной энергии E_2 в конечном состоянии (когда пуля поднялась на высоту h), т.е.

$$E_1 = E_2, \text{ или } \quad T_1 + П_1 = T_2 + П_2. \qquad (1)$$

где T_1, T_2, $П_1$ и $П_2$ - кинетические и потенциальные энергии системы в начальном и конечном состояниях.

Так как кинетические энергии нули в начальном и конечном состояниях равны нулю, то равенство (1) примет вид

$$П_1 = П_2. \qquad (2)$$

Примем потенциальную энергию пули в поле сил тяготения Земли, когда пуля покоится на сжатой пружине, равной нулю, а высоту подъема пули будем отсчитывать от торца сжатой пружины. Тогда энергия системы в начальном состоянии будет равна потенциальной энергии сжатой пружины, т.е. $П_1 = {}^1\!/_2 kx^2$, а в конечном состоянии - потенциальной энергии пули на высоте h, т.е. $П_2 = mgh$.

Подставив выражения $П_1$ и $П_2$ в формулу (2), найдем ${}^1\!/_2 kx^2 = mgh$, откуда

$$k = 2mgh/x^2 \qquad (3)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу жесткости k. Для этого в правую часть формулы (3) вместо величин подставим их единицы*:

$$\frac{[m][g][h]}{[x]^2} = \frac{1\ кг \cdot 1\ м \cdot с^{-2} \cdot 1\ м}{1\ м^2} = \frac{1\ кг \cdot м \cdot с^{-2}}{1\ м} = 1\ Н/м.$$

Убедившись, что полученная единица является единицей жесткости (1 Н/м), подставим в формулу (3) значения величин и произведем вычисления:

$$k = \frac{2 \cdot 0{,}02 \cdot 9{,}81 \cdot 5}{(0{,}1)^2}\ Н/м = 196\ Н/м.$$

Пример 6. Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью υ_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю в своей кинетической энергии первый шар передал второму?
Р е ш е н и е. Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

---

* Единицу какой-либо величины принято обозначать символом этой величины, заключенным в квадратные скобки.

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 \upsilon_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{\upsilon_1}\right)^2 \qquad (1)$$

где T_1 — кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и T_2 — скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (1), для определения ε надо найти u_2. Согласно условию задачи, импульс системы двух шаров относительно горизонтального направления не изменяется и механическая энергия шаров в другие виды не переходит. Пользуясь этим, найдем:

$$m_1\upsilon_1 = m_1u_1 + m_2u_2; \qquad (2)$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}. \qquad (3)$$

совместно уравнения (2) и (3):

Подставив это выражение u_2 в формулу (1) и сократив на υ_1 и m_1, получим

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2m_1\upsilon_1}{\upsilon_1(m_1+m_2)}\right]^2 = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}.$$

Из найденного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров.

Пример 7. Через блок в виде сплошного диска, имеющею массу m = 80 г (рис.4), перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 = 100 г и m_2 = 200 г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

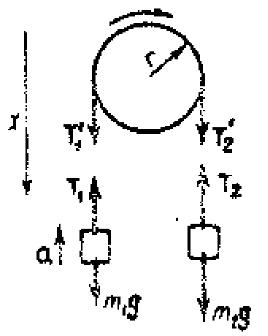

Рис.4

Решение. Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и на блок в отдельности. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести и сила упругости (сила натяжения нити). Направим ось x вертикально вниз и напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось. Для первого груза

$$m_1g - T_1 = m_1a \qquad (1)$$

для второго груза

$$m_2g - T_2 = m_2a. \qquad (2)$$

Под действием моментов сил T_1' и T_2' относительно оси z, перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения,

$$T_2'r - T_1'r = J_z\varepsilon, \qquad (3)$$

где $\varepsilon = a/r$; $J_z = \frac{1}{2}mr^2$ - момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси z.

Согласно третьему закону Ньютона, с учетом невесомости нити $T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$. Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо T_1' и T_2' выражения T_1 и T_2, получив их предварительно из уравнений (1) и (2),

$$(m_2g - m_2a)r - (m_1g + m_1a)r = mr^2a/(2r).$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2} g. \qquad (4)$$

Формула (4) позволяет массы m_1, m_2 и m выразить в граммах, как они даны в условии задачи, а ускорение — в единицах СИ. После подстановки числовых значений и формулу (4) получим

$$a = \frac{(200 - 100)\ г}{(200 + 100 + 80/2)\ г} \cdot 9{,}81\ м/с^2 = 2{,}88\ м/с^2.$$

Пример 8. Маховик в виде сплошного диска радиусом R = 0,2 м и массой m = = 50 кг раскручен до частоты вращении n_1 = 480 мин$^{-1}$ и предоставлен сам себе. Под действием сил трения маховик остановился через t = 50 с. Найти момент M сил трения.

Р е ш е н и е. Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$dL_z = M_z dt, \qquad (1)$$

где dL_z - изменение проекции на ось z момента импульса маховика, вращающегося относительно оси z, совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени dt; M - момент внешних сил (в данном случае момент сил трения), действующих на маховик относительно оси z.

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени (M_z = const), поэтому интегрирование уравнения (1) приводит к выражению

$$\Delta L_z = M_z dt. \qquad (2)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение проекции момента импульса

$$\Delta L_z = J_z \Delta\omega, \qquad (3)$$

где J_z - момент инерции маховика относительно оси z; $\Delta\omega$ - изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенств (2) и (3), получим $M_z \Delta t = J_z \Delta\omega$, откуда

$$M_z = J_z \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \qquad (4)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле

$$J_z = \tfrac{1}{2} mR^2.$$

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Подставив в формулу (4) выражения J_z и $\Delta\omega$, получим

$$M_z = \pi m R^2 (n_2 - n_1)/\Delta t. \qquad (5)$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу момента силы (Н·м). Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы:

$$\frac{[m][R]^2[n]}{[t]} = \frac{1\ \text{кг} \cdot 1\ \text{м}^2 \cdot 1\ \text{с}^{-1}}{1\ \text{с}} = 1\ \text{кг·м·с}^{-2}\text{·1 м} = 1\ \text{Н·м}.$$

Подставим в (5) числовые значения величин и произведем вычисления, учитывая, что $n_1 = 480/60\ с^{-1} = 8\ с^{-1}$:

$$M_z = \frac{3{,}14 \cdot 50 \cdot (0{,}2)^2 \cdot (0-8)}{50}\ \text{Н·м} = -\ 1\ \text{Н·м}.$$

Знак минус показывает, что момент, сил трения оказывает на маховик тормозящее действие.

Пример 9. Платформа в виде сплошного диска радиусом R=1,5м и массой m_1 = 180 кг вращается около вертикальной оси с частотой n =10мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой m_2 = 60 кг. Какую линейную скорость υ относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Р е ш е н и е. Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения z, совпадающей с геометрической осью платформы, можно считать равным нулю. При этом условии проекция L_z момента импульса системы платформа-человек остается постоянной:

$$L_z = J_z\Delta\omega = \text{const}, \qquad (1)$$

где J_z — момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω — угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому в начальном состоянии $J_z = J_1 + J_2$, а в конечном состоянии $J'_z = J'_1 + J'_2$.

С учетом этого равенство (1) примет вид

$$(J_1 + J_2)\omega = (J'_1 + J'_2)\omega', \qquad (2)$$

где значения моментов инерции J_1 и J_2 платформы и человека соответственно относятся к начальному состоянию системы; J'_1 и J'_2 — к конечному.

Момент инерции платформы относительно оси z при переходе человека не изменяется: $J_1 = J'_1 = \frac{1}{2}m_1R^2$. Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции J_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека $J'_2 = m_2R^2$.

Подставим в формулу (2) выражения моментов инерций, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком (ω = 2πn) и конечной угловой скорости (ω' = υ/R, где υ — скорость человека относительно пола):

$$(\tfrac{1}{2}m_1R^2 + 0)2\pi n = (\tfrac{1}{2}m_1R^2 + m_2R^2)\upsilon/R$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований находим скорость:

$$\upsilon = 2\pi nRm_1/(m_1 + 2m_2).$$

Произведем вычисления:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1{,}5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60}\ \text{м/с} = 1\ \text{м/с}.$$

Пример 10. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости υ_1, сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли ($R = 6{,}37\cdot10^6$ м)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Решение. Со стороны Земли на ракету действует сила тяжести, являющаяся потенциальной силой. При неработающем двигателе под действием потенциальной силы механическая энергия ракеты изменяться не будет.

Следовательно,

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \qquad (1)$$

где T_1, Π_1 и T_2, Π_2 — кинетическая и потенциальная энергии ракеты после выключения двигателя в начальном (у поверхности Земли) и конечном (на расстоянии, равном радиусу Земли) состояниях.

Согласно определению кинетической энергии,

$$T_1 = \tfrac{1}{2} m \upsilon_1^2.$$

Потенциальная энергия ракеты в начальном состоянии*

$$\Pi_1 = -GmM/R.$$

По мере удаления ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая — убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия T_2 станет равной нулю, а потенциальная — достигнет максимального значения:

$$\Pi_2 = -GmM/(2R).$$

Подставляя выражения T_1, Π_1, T_2 и Π_2 в (1), получаем

$$m\upsilon_1^2/2 - GmM/R = -GmM/(2R),$$

откуда

$$\upsilon_1 = \sqrt{GM/R}.$$

Заметим, что $GM/R^2 = g$ (g - ускорение свободного падения у поверхности Земли), перепишем эту формулу в виде

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR},$$

что совпадает с выражением для первой космической скорости.

Произведем вычисления:

$$\upsilon_1 = \sqrt{9{,}8\cdot 6{,}37\cdot 10^6} \text{ м/с} = 7{,}9 \text{ км/с}.$$

Пример 11. Точка совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 10$ Гц. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение: $x_{max} = 1$ мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

Решение. Уравнение колебаний точки можно записать в виде

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_1), \qquad (1)$$

где A - амплитуда колебаний; ω - циклическая частота; t - время; φ_1 - начальная фаза.

По определению, амплитуда колебаний

$$A = x_{max}. \qquad (2)$$

---

* Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тел, бесконечно удаленных друг от друга, принимается равной нулю.

Циклическая частота ω связана с частотой ν соотношением

$$\omega = 2\pi\nu. \qquad (3)$$

Для момента времени $t = 0$ формула (1) примет вид

$$x_{max} = A\sin\varphi_1,$$

откуда начальная фаза

$$\varphi_1 = \arcsin(x_{max}/A) = \arcsin 1,$$

Или

$$\varphi_1 = (2k + 1)\pi/2 \ (k = 0, 1, 2, ...).$$

Изменение фазы на 2π не изменяет состояния колеблющейся точки, поэтому можно принять

$$\varphi_1 = \pi/2 \qquad (4)$$

С учетом равенств (2) - (4) уравнение колебаний примет вид

$$x = A\sin(2\pi\nu t + \varphi), \text{ или } x = A\cos 2\pi\nu t,$$

где $A = 1$ мм $= 10^{-3}$ м, $\nu = 10$ Гц, $\varphi = \pi/2$.

График соответствующего гармонического колебания приведен на рис.5.

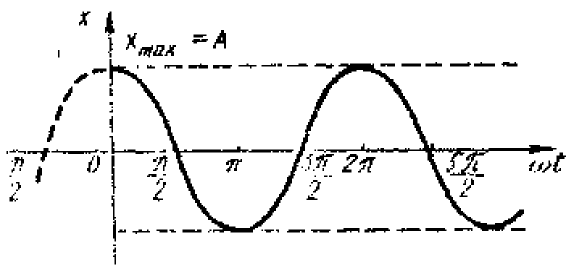

Рис. 5

Пример 12. Частица массой $m = 0{,}01$ кг совершает гармонические колебания с периодом $T = 2$с. Полная энергия колеблющейся частицы $E = 0{,}1$ мДж. Определить амплитуду A колебаний и наибольшее значение силы F_{max}, действующей на частицу.

Р е ш е н и е. Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы:

$$E = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2,$$

где ω - $2\pi/T$. Отсюда амплитуда A

$$A = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}}. \qquad (1)$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на нее, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением $F = -kx$, где k - коэффициент квазиупругой силы; x - смещение колеблющейся точки. Максимальной сила будет при максимальном смещении x_{max}, равном амплитуде:

$$F_{max} = kA. \qquad (2)$$

Коэффициент k выразим через период колебаний:

$$k = m\omega^2 = m\cdot 4\pi^2/T^2. \qquad (3)$$

Подставив выражения (1) и (3) в (2) и произведя упрощения, получим

$$F_{max} = 2\pi\sqrt{2mE}\,/\,T.$$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-4}}{10^{-2}}}\ \text{м} = 0{,}045\ \text{м} = 45\ \text{мм}.$$

$$F_{max} = \frac{2\cdot 3{,}14}{2}\sqrt{2\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-4}}\ \text{Н} = 4{,}44\cdot 10^{-3}\ \text{Н} = 4{,}44\ \text{мН}.$$

Пример 13. Складываются два колебания одинакового направления, выраженные уравнениями

$$x_1 = A_1\cos\frac{2\pi}{T}(t+\tau_1);\quad x_2 = A_2\cos\frac{2\pi}{T}(t+\tau_2),$$

где $A_1 = 3$ см, $A_2 = 2$ см, $\tau_1 = 1/6$ с, $\tau_2 = 1/3$ с, $T = 2$ с.
Построить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.
Решение. Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления надо фиксировать какой-либо момент времени. Обычно векторную диаграмму строят для момента времени $t = 0$. Преобразовав оба уравнения к канонической форме $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, получим

$$x_1 = A_1\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{T}\tau_1\right);\quad x_2 = A_2\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{T}\tau_2\right).$$

Отсюда видно, что оба складываемых гармонических колебаний имеют одинаковую циклическую частоту

$$\omega = 2\pi/T.$$

Начальные фазы первого и второго колебаний соответственно равны

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{T}\tau_1;\quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{T}\tau_2.$$

Произведем вычисления:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2}\text{с}^{-1} = 3{,}14\ \text{с}^{-1};$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{2}\cdot\frac{1}{6}\ \text{рад} = 30^\circ;\quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{2}\cdot\frac{1}{3}\text{рад} = 60^\circ.$$

Изобразим векторы A_1 и A_2. Для этого отложим отрезки длиной $A_1 = 3$ см и $A_2 = 2$ см под углом $\varphi_1 = 30^\circ$ и $\varphi_2 = 60^\circ$ к оси OX. Результирующее колебание будет происходить с той же частотой ω и амплитудой A, равной геометрической сумме амплитуд A_1 и A_2: $A = A_1 + A_2$. Согласно теореме косинусов

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Начальную фазу результирующего колебании можно также определить непосредственно из векторной диаграммы (рис.6):

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

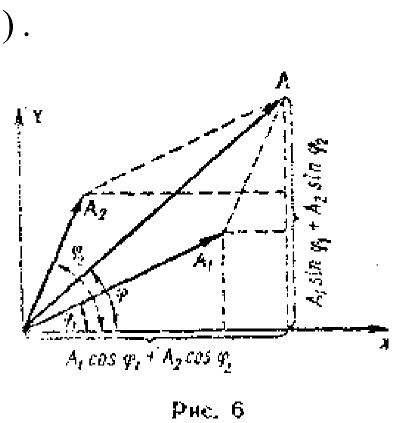

Рис. 6

Произведем вычисления:

$$A = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2\cdot 3\cdot 2\cos(60^\circ - 30^\circ)}\ \text{см} = 4{,}84\ \text{см};$$

$$\varphi = \text{arctg}\frac{3\sin 30^\circ + 2\sin 60^\circ}{3\cos 30^\circ + 2\cos 60^\circ} = \text{arctg}0{,}898 = 42^\circ,$$

или $\varphi = 0{,}735$ рад.

Так как результирующее колебание является гармоническим, имеет ту же частоту, что и слагаемые колебания, то его можно записать в виде

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где $A = 4{,}84$ см, $\omega = 3{,}14\ \text{с}^{-1}$, $\varphi = 0{,}735$ рад.

Пример 14. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью $\upsilon = 20$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 12$м и $x_2 = 15$ м от источника волн, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 0{,}75\pi$. Найти длину волны λ, написать уравнение волны и найти смещение указанных точек в момент $t = 1{,}2$ с, если амплитуда колебаний $A = 0{,}1$ м.

Р е ш е н и е. Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ, колеблются с разностью фаз, равной 2π; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx, колеблются с разностью фаз, равной

$$\Delta\varphi = \Delta x \cdot 2\pi/\lambda = (x_2 - x_1)\cdot 2\pi/\lambda.$$

Решая это равенство относительно λ, получаем

$$\lambda = 2\pi(x_2 - x_1)/\Delta\varphi. \qquad (1)$$

Подставив числовые значения величин, входящих в выражение (1), и выполнив арифметические действия, получим

$$\lambda = \frac{2\pi(15-12)}{0{,}75\pi}\ \text{м} = 8\ \text{м}.$$

Для того, чтобы написать уравнение плоской волны, надо еще найти циклическую частоту ω. Так как $\omega = 2\pi/T$ ($T = \lambda/\upsilon$ - период колебаний), то

$$\omega = 2\pi\upsilon/\lambda.$$

Произведем вычисления:

$$\omega = \frac{2\pi\cdot 20}{8}\ \text{с}^{-1} = 5\pi\ \text{с}^{-1}.$$

Зная амплитуду A колебаний, циклическую частоту ω и скорость υ распространения волны, можно написать уравнение плоской волны для данного случая:

$$y = A\cos\omega(t - x/\upsilon), \qquad (2)$$

где $A = 0{,}1$ м, $\omega = 5\pi\ \text{с}^{-1}$, $\upsilon = 20$ м/с.

Чтобы найти смещение y указанных точек, достаточно в уравнение (2) подставить значения t и x:

$$y_1 = 0{,}1\cos 5\pi(1{,}2 - 12/20)\ \text{м} = 0{,}1\cos 3\pi\ \text{м} = -0{,}1\ \text{м};$$

$$y_2 = 0{,}1\cos 5\pi(1{,}2 - 15/20)\ \text{м} = 0{,}1\cos 2{,}25\pi\ \text{м} = 0{,}1\cos 0{,}25\pi\ \text{м} = 0{,}071\ \text{м} = 7{,}1\ \text{см}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Закон ее движения выражается уравнением $s = A + Bt^2$, где $A = 8$ м, $B = -2$ м/с^2. Определить момент времени t, когда, нормальное ускорение a_n точки равно 9 м/с^2. Найти скорость υ, тангенциальное a_τ и полное a ускорения точки в тот же момент времени t. [1,5 с; -6 м/с; -4

м/с^2; 9,84 м/с^2]

2. Две материальные точки движутся согласно уравнениям, $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где A_1 = 4 м/с, B_1 = 8 м/с^2, C_1 = -16 м/с^3, A_2 = 2 м/с, B_2 = -4 м/с^2, C_2 = 1 м/с^3. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости υ_1 и υ_2 точек в этот момент. [0.235с; 5,1 м/с; 0,286 м/с]

3. Шар массой m_1 = 10 кг сталкивается с шаром массой m_2 = 4 кг. Скорость первого шара υ_1 = 1 м/с, второго υ_1 = 12 м/с. Найти общую скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим. [6,28 м/с; -0,572 м/с]

4. В лодке массой M = 240 кг стоит человек массой m = 60 кг. Лодка плывет со скоростью υ = 2 м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью u = 4 м/с (относительно лодки). Найти скорость лодка после прыжка человека: 1) вперед по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки. [1 м/с; 3м/с]

5. Человек, стоящий в лодке, сделал шесть шагов вдоль нее и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если масса лодки в два раза больше (меньше) массы человека? [2 шага; 4 шага]

6. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой m = 5 г. Жесткость пружины k = 1,25 кН/м. Пружина была сжата на Δt = 8см. Определить скорость пульки при вылете ее из пистолета. [40 м/с]

7. Шар массой m_1 = 200 г, движущийся со скоростью υ_1 = 10 м/с, сталкивается с неподвижным шаром массой m_2 = 800 г. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определить скорости шаров после столкновения. [-6 м/с; 4 м/с]

8. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64 % своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого? [В 4 раза]

9. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра m_1 = 12 кг. На цилиндр намотали шнур, к которому привязали гирю массой m_2 = 1 кг. С каким ускорением будет опускаться гиря? Какова сила натяжении шнура по время движения гири? [1,4 м/с^2; 8,4 Н]

10. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами m_1 = 100 г и m_2 = 300 г. Массу колеса M = 200 г считать равномерно распределенной по ободу, массой спиц пренебречь. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силы натяжения нити по обе стороны блока. [3,27 м/с^2; 1,31 Н; 1,96 Н]

11. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость ω = 63 рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения маховик остановился через одну минуту, а второй сделал до полной остановки N = 360 оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз? [У первого больше в 1,2 раза]

12. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой h = 90см. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной

плоскости? [3,55 м/с]

13. На верхней поверхности горизонтального диска, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проложены по окружности радиусом r = 50 см рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска M = 10 кг, его радиус R = 60 см. На рельсы неподвижного диска был поставлен заводной паровозик массой m = 1 кг и выпущен из рук. Он начал двигаться относительно рельсов со скоростью υ = 0,8 м/с. С какой угловой скоростью будет вращаться диск? [0,195 рад/с]

14. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой n_1 = 14 $мин^{-1}$. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до n_2 = 25 $мин^{-1}$. Масса человека m = 70 кг. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки. [210 кг]

15. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте H = 3200 км над поверхностью Земли. Определить линейную скорость спутника. [6,45 км/с]

16. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки x = 5 см, скорость ее υ = 20 см/с и ускорение a = -80 см/$с^2$. Найти циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в рассматриваемый момент времени и амплитуду колебаний. [4 $с^{-1}$; 1,57 с; $\pi/4$; 7,07 см]

17. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых, имеет вид $x = A\sin\omega t$, где A = 5 см, ω = 2 $с^{-1}$. Найти момент времени (ближайший к началу отсчета), в который потенциальная энергия точки П = 10^{-4} Дж, а возвращающая сила F = $5\cdot10^{-3}$ Н. Определить, также фазу колебаний в этот момент времени. [2,04 с; 4,07 рад]

18. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой, имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний. [120° или 240°]

19. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1\cos\omega_1 t$ и $y = A_2\cos\omega_2(t + \tau)$, где A_1 = 4 см, $\omega_1 = \pi$ $с^{-1}$, A_2 = 8 см, $\omega_1 = \pi с^{-1}$, τ = 1 с. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба. [2x + y = 0]

20. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью υ = 15 м/с. Период колебаний точек шпура T = 1,2 с. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях x_1 = 20 м и x_2 = 30 м. [200°]

Контрольная работа № 1

(вариант – две последние цифры шифра)

Ва-ри-ант	Номера задач (метод. указ. 1987 г.)						Ва-ри-ант	Номера задач (метод. указ. 1987 г.)					
00	105	117	123	143	168	177	**01**	101	115	126	145	167	179
02	108	120	136	141	152	173	**03**	104	111	137	148	158	174
04	106	113	138	149	151	175	**05**	110	117	130	144	155	180
06	102	115	121	147	165	177	**07**	101	116	124	141	168	171
08	108	120	123	143	158	174	**09**	105	113	137	148	157	173
10	104	111	133	145	152	180	**11**	110	114	130	144	165	177
12	106	115	124	142	167	175	**13**	101	117	138	143	155	174
14	105	120	126	147	168	173	**15**	104	113	136	149	157	171
16	110	116	130	141	151	179	**17**	106	119	121	148	167	175
18	102	114	137	142	158	177	**19**	101	111	123	143	168	173
20	105	120	138	144	157	174	**21**	108	116	133	149	151	179
22	106	113	130	145	67	171	**23**	110	119	124	148	165	180
24	104	111	136	141	152	177	**25**	101	114	127	143	158	175
26	102	117	126	149	155	179	**27**	108	120	130	144	168	173
28	105	115	133	147	167	174	**29**	106	111	124	145	152	177
30	101	119	137	148	157	175	**31**	110	114	121	141	155	180
32	102	113	127	149	158	171	**33**	108	115	133	147	151	173
34	106	111	124	142	167	174	**35**	101	117	123	145	165	179
36	105	119	138	141	156	180	**37**	104	113	126	148	158	175
38	108	116	127	143	155	171	**39**	102	111	133	142	152	177
40	106	114	130	147	168	179	**41**	105	119	137	141	167	174
42	101	120	123	148	151	175	**43**	108	115	138	145	155	180
44	110	113	133	143	158	171	**45**	102	114	130	147	165	173
46	106	111	127	141	152	179	**47**	104	120	121	144	156	177
48	108	119	124	142	151	180	**49**	101	113	136	145	155	175
50	105	116	126	143	168	174	**51**	102	117	133	141	158	171
52	106	120	127	144	167	179	**53**	108	114	123	147	156	180
54	110	119	138	149	151	175	**55**	105	111	136	145	157	177
56	102	117	133	143	155	173	**57**	101	113	121	142	165	179
58	108	120	130	148	158	171	**59**	106	119	127	147	168	175
60	110	114	137	141	157	180	**61**	105	111	124	143	151	173
62	101	116	133	145	155	174	**63**	108	120	126	142	152	171
64	106	113	136	147	165	179	**65**	102	114	138	144	158	175
66	105	119	123	148	157	177	**67**	101	115	137	141	168	174
68	110	116	126	145	155	171	**69**	104	117	130	147	167	180
70	108	113	127	149	156	173	**71**	106	114	123	143	151	175
72	101	115	124	142	158	177	**73**	105	111	133	144	152	174
74	102	117	121	147	168	179	**75**	104	113	130	149	165	180
76	106	116	126	148	167	173	**77**	108	119	123	142	156	177
78	110	120	124	143	155	174	**79**	101	117	121	145	152	175
80	105	115	137	147	157	180	**81**	104	113	138	148	165	173
82	102	111	126	149	156	177	**83**	106	120	123	144	168	171
84	101	113	123	145	167	179	**85**	110	119	130	143	152	174
86	108	116	138	147	165	173	**87**	105	111	121	142	151	177
88	102	117	137	141	168	180	**89**	101	115	124	149	167	171
90	104	114	136	143	156	175	**91**	106	120	123	145	152	173
92	108	111	133	148	155	177	**93**	110	116	126	147	158	174
94	105	117	138	144	151	180	**95**	101	119	130	141	156	171
96	106	114	137	149	168	173	**97**	108	115	136	148	167	175
98	110	116	121	142	158	179	**99**	105	117	127	143	165	177

101. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью υ_o = 4 м/с. Когда оно достигло верхней точки полета из того же начального пункта, с той же начальной скоростью υ_o вертикально вверх брошено второе тело. На каком расстоянии h от начального пункта встретятся тела? Сопротивление воздуха не учитывать.

102. Материальная точка движется прямолинейно с ускорением a = 5 м/с^2. Определить, на сколько путь, пройденный точкой в n-ую секунду, будет больше пути, пройденного в предыдущую секунду. Принять υ_o = 0.

103. Две автомашины движутся по дорогам, угол между которыми α = 60°. Скорость автомашин υ_1 = 54 км/ч и υ_2 = 72 км/ч. С какой скоростью υ удаляются машины одна от другой?

104. Материальная точка движется прямолинейно с начальной скоростью υ_o = 10 м/с и постоянным ускорением a = -5 м/с^2. Определить, во сколько раз путь Δs, пройденный материальной точкой, будет превышать модуль ее перемещения Δr спустя t = 4 с после начала отсчета времени.

105. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью υ_1 = 18 км/ч. Далее половину оставшегося времени, он ехал со скоростью υ_2 = 22 км/ч, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью υ_3 = 5 км/ч. Определить среднюю скорость $\langle\upsilon\rangle$ велосипедиста.

106. Тело брошено под углом α = 30° к горизонту со скоростью υ_o = 30м/с. Каковы будут нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения тела через время t = 1 с после начала движении?

107. Материальная точка движется по окружности с постоянной угловой скоростью $\omega = \pi/6$ рад/с. Во сколько раз путь Δs, пройденный точкой за время t =4 с, будет больше модуля ее перемещения Δr? Принять, что в момент начала отсчета времени радиус-вектор r, задающий положение точки на окружности, относительно исходного положения был повернут на угол $\varphi_o = \pi/3$ рад.

108. Материальная точка движется в плоскости xy согласно уравнениям $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $y = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где B_1 = 7 м/с, C_1 = -2 м/с^2, B_2 = -1 м/с, C_2 = 0,2 м/с^2. Найти модули скорости и ускорении точки в момент времени t = 5 с.

109. По краю равномерно вращающейся с угловой скоростью ω = 1 рад/с платформы идет человек и обходит платформу за время t = 9,9 с. Каково наибольшее ускорение a движения человека относительно Земли? Принять радиус платформы R = 2м.

110. Точка движется по окружности радиусом R = 30 см с постоянным угловым ускорением ε. Определить тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что за время t = 4 с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение a_n = 2,7 м/с^2.

111. При горизонтальном полете со скоростью υ = 250 м/с снаряд массой m = 8 кг разорвался на две части. Большая часть, массой m_1 = 6 кг получила скорость u_1 = 400 м/с в направлении полета снаряда. Определить модуль и направление скорости u_2 меньшей части снаряда.

112. С тележки, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью υ_1 = 3 м/с, в сторону, противоположную движению тележки, прыгает человек, после

чего скорость тележки изменилась и стала равной u_1 = 4 м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости u_{2x} человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки m_1 = 210 кг, масса человека m_2 = 70 кг.

113. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом α = 30° к линии горизонта. Определить скорость u_2 отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью u_1 =480 м/с. Масса платформы с орудием и снарядами m_2 = 18 т, масса снаряда m_1 = 60 кг.

114. Человек массой m_1 = 70 кг, бегущий со скоростью υ_1 = 9 км/ч, догоняет тележку массой m_2 = 190 кг, движущуюся со скоростью υ_2 = 3,6 км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?

115. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой m_1 = 2,5 кг под углом α = 30° к горизонту со скоростью υ = 10 м/с. Какова будет начальная скорость υ_o движения конькобежца, если масса его m_2 = 60 кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

116. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его m_1 = 60 кг, масса доски m_2 = 20 кг. С какой скоростью (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) υ = 1 м/с? Массой колес и трением пренебречь.

117. Снаряд, летевший со скоростью υ = 400 м/с, в верхней точке траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40 % от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью u_1 = 150 м/с. Определить скорость u_2 большего осколка.

118. Две одинаковые лодки массами m = 200 кг каждая (вместе с человеком и грузами, находящимися в лодках) движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями υ = 1 м/с. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебрасывают грузы массами m_1 = 200 кг. Определить скорости u_1 и u_2 лодок после перебрасывания грузов.

119. На сколько переместится относительно берега лодка длиной l = 3,5 м и массой m_1 = 200 кг, если стоящий на корме человек массой m_2 = 80 кг переместится на нос лодки? Считать лодку расположенной перпендикулярно берегу.

120. Лодка длиной l = 3 м и массой m = 120 кг стоит на спокойной воде. На носу и корме находятся два рыбака массами m_1 = 60 кг и m_2 = 90 кг. На сколько сдвинется лодка относительно воды, если рыбаки поменяются местами?

121. В деревянный шар массой m_1 = 8 кг, подвешенный на нити длиной l = 1,8 м, попадает горизонтально летящая пуля массой m_1 = 4 г. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол α = 3°? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.

122. По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой m_1 = 300 кг, ударяет молот массой m_2 = 8 кг. Определить КПД η удара, если удар неупругий. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.

123. Шар массой $m_1 = 1$ кг движется со скоростью $\upsilon_1 = 4$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 2$ кг, движущимся навстречу ему со скоростью $\upsilon_2 = 3$ м/с. Каковы скорости u_1 и u_2 шаров после удара? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

124. Шар массой $m_1 = 3$ кг движется со скоростью $\upsilon_1 = 2$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 5$ кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

125. Определить КПД η неупругого удара бойка массой $m_1 = 0{,}5$ т, падающего на сваю массой $m_2 = 120$ кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

126. Шар массой $m_1 = 4$ кг движется со скоростью $\upsilon_1 = 5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $\upsilon_2 = 2$ м/с. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

127. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой $m_1 = 10$ г со скоростью $\upsilon = 300$ м/с. Затвор пистолета массой $m_2 = 200$ г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой $k = 25$ кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

128. Шар массой $m_1 = 5$ кг движется со скоростью $\upsilon_1 = 1$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 2$ кг. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

129. Из орудия, не имеющего противооткатного устройства, производилась стрельба в горизонтальном направлении. Когда орудие было неподвижно закреплено, снаряд вылетел со скоростью $\upsilon_1 = 600$ м/с, а когда орудию дали возможность свободно откатываться назад, снаряд вылетел со скоростью $\upsilon_2 = 580$ м/с. С какой скоростью откатилось при этом орудие?

130. Шар массой $m_1 = 2$ кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и при этом теряет 40 % кинетической энергии. Определить массу m_2 большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

131. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостями $k_1 = 400$ Н/м и $k_2 = 250$ Н/м, если первая пружина при этом растянулась на $\Delta l = 2$ см.

132. Из шахты глубиной $h = 600$ м поднимают клеть массой $m_1 = 3{,}0$ т на канате, каждый метр которого имеет массу $m = 1{,}5$ кг. Какая работа A совершается при поднятии клети на поверхность Земли? Каков коэффициент полезного действия η подъемного устройства?

133. Пружина жесткостью $k = 500$ Н/м сжата силой $F = 100$ Н. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей пружину еще на $\Delta l = 2$ см.

134. Две пружины жесткостью $k_1 = 0{,}5$ кН/м и $k_2 = 1$ кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию П данной системы при абсолютной деформации $\Delta l = 4$ см.

135. Какую нужно совершить работу A, чтобы пружину жёсткостью $k = 800$ Н/м, сжатую на $x = 6$ см, дополнительно сжать на $\Delta x = 8$ см?

136. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины

положить груз, то пружина сожмется на Δl = 3 мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты h = 8 см?

137. Из пружинного пистолета с пружиной жесткостью k = 150 Н/м был произведен выстрел пулей массой m = 8 г. Определить скорость υ пули при вылете ее из пистолета, если пружина была сжата на Δx = 4 см.

138. Налетев на пружинный буфер, вагон массой m = 16 т, двигавшийся со скоростью υ = 0,6 м/с, остановился, сжав пружину на Δl = 8 см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

139. Цепь длиной l = 2 м лежит на столе, одним концом свисая со стола. Если длина свешивающейся части превышает $\frac{1}{3}l$, то цепь соскальзывает со стола. Определить скорость υ цепи в момент ее отрыва от стола.

140. Какая работа A должна быть совершена при поднятии, с земли материалов для постройки цилиндрической дымоходной трубы высотой h = 40 м, наружным диаметром D = 3,0 м и внутренним диаметром d = 2,0 м? Плотность материала ρ принять равной $2{,}8\cdot10^3$ кг/м^3.

141. Шарик массой m = 60 г, привязанный к концу нити длиной l_1 = 1,2 м, вращается с частотой n_1 = 2 с$^{-1}$, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси до расстояния l_2 = 0,6 м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

142. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром D = 75 см и массой m = 40 кг приложена сила F = 1 кН. Определить угловое ускорение ε и частоту вращения n маховика через время t = 10 с после начала действия силы, если радиус r шкива ранен 12 см. Силой трения пренебречь.

143. На обод маховика диаметром D = 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 2 кг. Определить момент инерции J маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время t = 3 с приобрел угловую скорость ω = 9 рад/с.

144. Нить с привязанными к ее концам грузами массами m_1 = 50 г и m_2 = 60 г перекинута через блок диаметром D = 4 см. Определить момент инерции J блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение ε = 1,5 рад/с^2. Трением и проскальзыванием нити по блоку пренебречь.

145. Стержень вращается вокруг оси, проходящей, через его середину, согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где A = 2 рад/с, B = 0,2 рад/с^3. Определить вращающий момент M, действующий на стержень через время t = 2 с после начала вращения, если момент инерции стержня J = 0,048 кг·м^2.

146. По горизонтальной плоскости катится диск со скоростью υ = 8 м/с. Определить коэффициент сопротивления, если диск, будучи предоставленным самому себе, остановился, пройди путь s = 18 м.

147. Определить момент силы M, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой n = 12 с$^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени Δt = 8 с. Диаметр блока D = 30 см. Массу блока m = 6 кг считать равномерно распределенной по ободу.

148. Блок, имеющий форму диска массой m = 0,4 кг, вращается под действием

силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами m_1 = 0,3 кг и m_2 = 0,7 кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.

149. К краю стола прикреплен блок. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы. Один груз движется по поверхности стола, а другой — вдоль вертикали вниз. Определить коэффициент f трения между поверхностями груза и стола, если массы каждого груза и масса блока одинаковы и грузы движутся с ускорением a = 5,6 м/с^2. Проскальзыванием нити по блоку и силой трения, действующей па блок, пренебречь.

150. К концам легкой и нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешены грузы массами m_1 = 0,2 кг и m_2 = 0,3 кг. Во сколько раз отличаются силы, действующие на нить по обе стороны от блока, если масса, блока m = 0,4 кг, а его ось движется вертикально вверх с ускорением a = 2 м/с^2? Силами трения и проскальзывания нити по блоку пренебречь.

151. На скамье Жуковского сидит человек и держит на вытянутых руках гири массой m = 5 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси скамьи l = 70 см. Скамья вращается с частотой n = 1 с$^{-1}$. Как изменится частота вращения скамьи и какую работу А произведет человек, если он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до l_2 = 20 см? Момент инерции человека и скамьи (вместе) относительно оси J = 2,5 кг·м^2.

152. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью ω_1 = 4 рад/с. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи J = 5 кг·м^2. Длина стержня l = 1,8 м, масса m = 6 кг. Считать, что центр масс стержня с человеком находится на оси платформы.

153. Платформа в виде диска диаметром D = 3 м и массой m_1 = 180 кг может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью ω_1 будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой m_2 = 70 кг со скоростью υ = 1,8 м/с относительно платформы?

154. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы m_1 = 280 кг, масса человека m_1 = 80 кг.

155. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руке за ось велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью ω_1 = 25 рад/с. Ось колеса расположена вертикально и совпадает с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью ω_2 станет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на угол α = 90°? Момент инерции человека и скамьи J равен 2,5 кг·м^2, момент инерции колеса J_o = 0,5 кг·м^2.

156. Однородный стержень длиной l = 1,0 м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно неупруго ударяет пуля массой m = 7 г, летящая перпендикулярно стержню и его оси. Определять массу М стержня, если в результате попадания пули он отклонится на угол α = 60°. Принять скорость пули υ = 360 м/с.

157. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8$ мин$^{-1}$, стоит человек массой $m_1 = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10$ мин$^{-1}$. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

158. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром D = 0,8 м и массой $m_1 = 6$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой m = 0,5 кг? Траектории мяча горизонтальна и проходит на расстоянии r = 0,4 м от оси скамьи. Скорость мяча $\upsilon = 5$ м/с.

159. Горизонтальная платформа массой $m_1 = 150$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой n = 8 мин$^{-1}$. Человек массой $m_2 = 70$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека — материальной точкой.

160. Однородный стержень длиной $l = 1,0$ м и массой M = 0,7 кг подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. В точку, отстоящую от оси на $\frac{2}{3}l$, абсолютно упруго ударяет пуля массой m = 5 кг, летящая перпендикулярно стержню и его оси. После удара стержень отклонился на угол $\alpha = 60°$. Определить скорость нули.

161. Определить напряженность G гравитационного поля на высоте h = 1000 км над поверхностью Земли. Считать известными ускорение g свободного падения у поверхности Земли и ее радиус R.

162. Какая работа A будет совершена силами гравитационного поля при падении на Землю тела массой m = 2 кг: 1) с высоты h = 1000 км; 2) из бесконечности?

163. Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой m = 30 кг. Определить работу A, которая при этом будет совершена силами гравитационного поля Земли. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

164. С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью $\upsilon = 5$ км/с. На какую высоту она поднимется?

165. По круговой орбите вокруг Земли обращается спутник с периодом T = 90 мин. Определить высоту спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

166. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны и что расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.

167. Спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте h = 520 км. Определить период обращения спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

168. Определить линейную и угловую скорости спутника Земли, обращающегося по круговой орбите на высоте h = 1000 км. Ускорение свободного падения g поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

169. Какова масса Земли, если известно, что Луна в течение года совершает 13 обращений вокруг Земли и расстояние от Земли до Луны равно $3{,}84\cdot10^8$ м?

170. Во сколько раз средняя плотность земного вещества отличается от средней плотности лунного? Принять, что радиус $R_З$ Земли в 390 раз больше радиуса $R_Л$ Луны и вес тела на Луне в 6 раз меньше веса тела на Земле.

171. На стержне длиной l = 30 см укреплены два одинаковых грузика: один — в середине стержня, другой — на одном из его концов. Стержень с грузами колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T простых гармонических колебаний данного физического маятника. Массой стержня пренебречь.

172. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых $x = A_1\sin\omega_1 t$ и $y = A_2\cos\omega_2 t$, где A_1 = 8 см, A_2 = 4 см, $\omega_1 = \omega_2 = 2$ с$^{-1}$. Написать уравнение траектории и построить ее. Показать направление движения точки.

173. Точка совершает простые гармонические колебания, уравнение которых $x = A\sin\omega t$, где A = 5 см, $\omega = 2$ с$^{-1}$. В момент времени, когда точка обладала потенциальной энергией П = 0,1 мДж, на нее действовала возвращающая сила F = 5 мН. Найти этот момент времени t.

174. Определить частоту ν простых гармонических колебаний диска радиусом R = 20 см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

175. Определить период T простых гармонических колебаний диска радиусом R = 40 см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

176. Определить период T колебаний математического маятника, если его модуль максимального перемещения Δr = 18 см и максимальная скорость υ_{max} = 16 см/с.

177. Материальная точка совершает простые гармонические колебания так, что в начальный момент времени смещение x_o = 4 см, а скорость υ_o = 10 см/с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_o колебаний, если их период T = 2 с.

178. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1\sin\omega_1 t$ и $x_2 = A_2\sin\omega_2(t + \tau)$, где $A_1 = A_2$ = 3 см, $\omega_1 = \omega_2 = \pi$с$^{-1}$, τ = 0,5 с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_o результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить векторную диаграмму для момента времени t = 0.

179. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой M = 200 г, прикрепленный к горизонтально расположенной легкой пружине с жесткостью k = 500 Н/м. В шар попадает пуля массой m = 10 г, летящая со скоростью υ = 300 м/с, и застревает в нем. Пренебрегая перемещением шара во время удара и сопротивлением воздуха, определить амплитуду A и период T колебаний шара.

180. Шарик массой m = 60 г колеблется с периодом T = 2 с. В начальный момент времени смещение шарика x_o = 4,0 см и он обладает энергией E = 0,02 Дж. Записать уравнение простого гармонического колебания шарика и закон изменения возвращающей силы с течением времени.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

Основные формулы

Количество вещества* тела (системы)

$$\nu = N/N_A,$$

где N — число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему); N_A — постоянная Авогадро ($N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$).

Молярная масса вещества

$$M = m/\nu,$$

где m — масса однородного тела (системы); ν — количество вещества этого тела.

Относительная молекулярная масса вещества

$$M_r = \Sigma n_i A_{r,i},$$

где n_i — число атомов i-го химического элемента, входящих в состав молекулы данного вещества; $A_{r,i}$ — относительная атомная масса этого элемента. Относительные атомные массы приводятся в таблице Д.И. Менделеева. См. также табл.14 Приложения.

Связь молярной массы M с относительной молекулярной массой вещества

$$M = M_r k,$$

где $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Количество вещества смеси газов

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + ... + \nu_n = N_1/N_A + N_2/N_A + ... + N_n/N_A,$$

или

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + ... + \frac{m_n}{M_n},$$

где ν_I, N_i, m_i, M_i — соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i-го компонента смеси.

Уравнение Менделеева—Клапейрона (уравнение состояния идеального газа).

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT,$$

где m — масса газа, M — молярная масса газа, R — молярная газовая постоянная, ν — количество вещества, T — термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева—Клапейрона для изопроцессов:

а) закон Бойля—Мариотта (изотермический процесс: T = const, m = const)

$$pV = \text{const},$$

или для двух состояний газа

$$p_1V_1 = p_2V_2;$$

* Количество вещества — число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т. п.), содержащихся в теле или системе. Количество вещества выражается в молях. Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.

б) закон Гей-Люссака (изобарный процесс: p = const, m = const)

$$\frac{V}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

в) закон Шарля (изохорный процесс: V = const, m = const)

$$\frac{p}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

г) объединенный газовый закон (m = const)

$$\frac{pV}{T} = \text{const, или } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

где p_1, V_1, T_1 - давление, объем и температура газа в начальном состоянии; p_2, V_2, T_2 - те же величины в конечном состоянии.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов,

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n,$$

где p_i - парциальные давления компонентов смеси; n - число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси газов

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots \nu_n},$$

где m_i - масса i-го компонента смеси; $\nu_i = \frac{m_i}{M_i}$ - количество вещества i-го компонента смеси; n - число компонентов смеси.

Массовая доля i-го компонента смеси газа (в долях единицы или процентах)

$$\varpi = \frac{m_i}{m},$$

где m - масса смеси.

Концентрация молекул

$$N = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M},$$

где N - число молекул, содержащихся в данной системе; ρ - плотность вещества; V - объем системы. Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle,$$

где $\langle \varepsilon \rangle$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движении молекулы

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{3}{2}kT,$$

где k - постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle\varepsilon_i\rangle = \frac{i}{2}kT,$$

где i - число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT.$$

Скорости молекул:

$$\langle\upsilon_{кв}\rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$ - средняя квадратичная;

$$\langle\upsilon\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$ - средняя арифметическая;

$$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$ - наиболее вероятная,

где m_1 - масса одной молекулы.

Относительная скорость молекулы

$$u = \upsilon/\upsilon_в,$$

где υ - скорость данной молекулы.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_v) и постоянном давлении (c_p)

$$c_v = \frac{i}{2}\cdot\frac{R}{M}, \quad c_p = \frac{i+2}{2}\cdot\frac{R}{M}.$$

Связь между удельной с и молярной С теплоёмкостями

$$c = C/M, \quad C = cM.$$

Уравнение Майера

$$C_P - C_V = R.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{M}\cdot\frac{1}{2}RT = \frac{m}{M}C_VT.$$

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A.$$

где Q - теплота, сообщенная системе (газу); ΔU - изменение внутренней анергии системы; A - работа, совершенная системой против внешних сил.

Работа расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$ – в общем случае;

$$A = p(V_2 - V_1)$$ - при изобарном процессе;

$$A = \frac{m}{M_1} RT \ln\frac{V_2}{V_1}$$ - при изотермическом процессе;

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T, \text{ или } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\cdot\frac{m}{M}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$$ - при адиабатном процессе,

где $\gamma = c_p/c_v$ - показатель адиабаты.

Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатном процессе:

$$pV^{\gamma} = \text{const}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

Термический КПД цикла

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

где Q_1 - теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика; Q_2 - теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику.

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

где T_1 и T_2 - термодинамические температуры теплоотдатчика и теплоприемника.

Коэффициент поверхностного натяжения

$$\alpha = F/l, \text{ или } \alpha = \Delta E/\Delta S,$$

где F - сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости; ΔE - изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади ΔS поверхности этой пленки.

Формула Лапласа, выражающая давление p, создаваемое сферической поверхностью жидкости:

$$p = 2\alpha/R,$$

где R - радиус сферической поверхности.

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho g R},$$

где θ - краевой угол ($\theta = 0$ при полном смачивании стенок трубки жидкостью; $\theta = \pi$ при полном несмачивании); R - радиус канала трубки; ρ - плотность жидкости; g - ускорение свободного падения.

Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными друг другу плоскостями

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho g d}$$

где d - расстояние между плоскостями.

Примеры решения задач

Пример 1. Определить для серной кислоты; 1) относительную молекулярную массу M_r; 2) молярную массу М.

Решение. 1.Относительная молекулярная масса вещества равна сумме относительных атомных масс всех элементов, атомы которых входят в состав молекулы данного вещества, и определяется по формуле

$$M_r = \Sigma n_i A_{r,i} , \qquad (1)$$

где n_i - число атомов i-го элемента, входящих в молекулу; $A_{r,i}$ - относительная атомная масса i-го элемента.

Химическая формула серной кислоты имеет вид, H_2SO_4. Так как в состав молекулы серной кислоты входят атомы трех элементов, то стоящая в правой части равенства (1) сумма будет состоять из трех слагаемых и эта формула примет вид

$$M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3}. \qquad (2)$$

Из формулы серной кислоты далее следует, что $n_1=2$ (два атома водорода), $n_2 = 1$ (один атом серы) и $n_3 = 4$ (четыре атома кислорода).

Значения относительных атомных масс водорода, серы и кислорода найдем в таблице Д.И. Менделеева или в табл.14 Приложения:

$$A_{r,1}= 1, \quad A_{r,2} = 32, \quad A_{r,3} = 16.$$

Подставив значения n_i и $A_{r,i}$ в формулу (2), найдем относительную молекулярную массу серной кислоты:

$$M_r = 2\cdot 1 + 1\cdot 32 + 4\cdot 16 = 98.$$

2. Зная относительную молекулярную массу M_r найдём молярную массу серной кислоты по формуле

$$M = M_r k, \qquad (3)$$

где $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Подставив в (3) значения величин, получим

$$M = 98\cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Пример 2. Определить молярную массу М смеси кислорода массой $m_1 = 25$ г и азота массой $m_2 = 75$ г.

Решение. Молярная масса смеси М есть отношение массы смеси m к количеству вещества смеси ν.

$$M = m/\nu. \qquad (1)$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси:

$$m = m_1 + m_2.$$

Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

Подставив в формулу (1) выражения m и ν, получим

$$M = \frac{m_1 + m_2}{m_1/M_1 + m_2/M_2}. \qquad (2)$$

Применив метод, использованный в примере 1, найдем молярные массы кислорода M_1 и азота M_2.

$$M_1 = 32\cdot10^{-3}\text{ кг/моль};\quad M_2 = 28\cdot10^{-3}\text{ кг/моль}.$$

Подставим значения величин в (2) и произведем вычисления:

$$M = \frac{25\cdot10^{-3} + 75\cdot10^{-3}}{25\cdot10^{-3}/(32\cdot10^{-3}) + 75\cdot10^{-3}/(28\cdot10^{-3})}\text{ кг/моль} = 28{,}9\cdot10^{-3}\text{ кг/моль}.$$

Пример 3. Определить число N молекул, содержащихся в объеме $V = 1$ мм^3 воды, и массу m_1 молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр d молекул.

Р е ш е н и е . Число N молекул, содержащихся в некоторой системе массой m, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν:

$$N = \nu N_A.$$

Так как $\nu = m/M$, где M - молярная масса, то $N = \dfrac{mN_A}{M}$. Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем V, получим

$$N = \rho V N_A/M.$$

Произведем вычисления, учитывая, что $M = 18\cdot10^{-3}$ кг/моль (см. табл.14 Приложения):

$$N = \frac{10^3\cdot10^{-9}}{18\cdot10^{-3}}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\text{ молекул} = 3{,}34\cdot10^{19}\text{ молекул}.$$

Массу m_1 одной молекулы можно найти по формуле

$$m_1 = M/N_A. \qquad (1)$$

Подставив в (1) значения M и N_A, найдем массу молекулы коды:

$$m_1 = \frac{18\cdot10^{-3}}{6{,}02\cdot10^{23}}\text{ кг} = 2{,}99\cdot10^{-26}\text{ кг}.$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка) $V_1 = d^3$, где d - диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1}\,. \qquad (2)$$

Объем V_1 найдем, разделив молярной, объем V_m на число молекул в моле, т.е. на N_A:

$$V_1 = V_m/N_A. \qquad (3)$$

Подставим выражение (3) в (2):

$$d = \sqrt[3]{V_m/N_A}\,.$$

где $V_m = M/\rho$. Тогда

$$d = \sqrt[3]{M/(\rho N_A)}\,. \qquad (4)$$

Проверим, дает ли правая часть выражения (4) единицу длины:

$$\left\{\frac{[M]}{[\rho]\cdot[N_A]}\right\}^{1/3} = \left\{\frac{1\text{кг}/\text{моль}}{1\text{кг}/\text{м}^3\cdot1\text{моль}^{-1}}\right\}^{1/3} = 1\text{ м}.$$

Произведем вычисления:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18\cdot10^{-3}}{10^3\cdot6{,}02\cdot10^{23}}}\text{ м} = 3{,}11\cdot10^{-10}\text{ м} = 311\text{ пм}.$$

Пример 4. В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением p_1 = 1 МПа и при температуре T_1 = 300 К. После того как из баллона была взято m = 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2V = \frac{m_2}{M}RT_2 \qquad (1)$$

где m_2 - масса гелия в баллоне в конечном состоянии; M - молярная масса гелия; R - молярная газовая постоянная.

Из уравнения (1) выразим искомое давление:

$$p_2 = m_2RT_2/(MV). \qquad (2)$$

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию, и массу m гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m. \qquad (3)$$

Массу m_1гелия найдем также из уравнения Менделеева-Клапейрона, применив его к начальному состоянию

$$m_1 = Mp_1V/(RT_1). \qquad (4)$$

Подставив выражение массы m_1 в (3), а затем выражение m_2 в (2), найдем

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1V}{RT_1} - m\right)\cdot\frac{RT_2}{MV},$$

или

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1}p_1 - \frac{m}{M}\cdot\frac{RT_2}{V}. \qquad (5)$$

Проверим, дает ли формула (5) единицу давления. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим их единицы. В правой части формулы два слагаемых. Очевидно, что первое из них дает единицу давления, так как состоит из двух множителей, первый из которых (T_2/T_1)- безразмерный, а второй - давление. Проверим второе слагаемое:

$$\frac{[m][R][T]}{[M][V]} = \frac{1кг}{1кг/моль}\cdot\frac{1Дж/(моль\cdot К)\cdot 1К}{1м^3} = \frac{1кг\cdot 1моль}{1кг}\cdot\frac{1Дж\cdot 1К}{1м^3\cdot 1моль\cdot 1К} =$$

$$= \frac{1Дж}{1м^3} = \frac{1Н\cdot м}{1м^3} = \frac{1Н}{1м^2} = 1Па$$

Паскаль является единицей давления. Произведем вычисления по формуле (5), учитывая, что $M = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль (см. табл.14 Приложения):

$$p_2 = \left(\frac{290}{300}\cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{8{,}31}{10^{-2}}\cdot 290\right)Па = 3.64.10^5 Па = 0{,}364 МПа.$$

Пример 5. Баллон содержит m_1 = 80 г кислорода и m_2 = 320 г аргона. Давление смеси p = 1 МПа, температура T = 300 К. Принимая данные газы за идеальные, определить объем V баллона.

Решение. По закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. По уравнению Менделеева-Клапейрона, парциальные давлении p_1 кислорода и p_2 аргона выражаются формулами

$$p_1 = m_1RT/(M_1V), \quad p_2 = m_2RT/(M_2V).$$

Следовательно, по закону Дальтона, давление смеси газов,

$$p = p_1 + p_2, \text{ или } p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\cdot\frac{RT}{V},$$

откуда объем баллона

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\cdot\frac{RT}{p} \qquad (1)$$

Произведем вычисления, учитывая, что $M_1 = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль, $M_2 = 40\cdot10^{-3}$ кг/моль (см. табл.14 Приложения) :

$$V = \left(\frac{0{,}08}{32\cdot10^{-3}} + \frac{0{,}32}{40\cdot10^{-3}}\right)\cdot\frac{8{,}31\cdot300}{10^6}\text{ м}^3 = 0{,}0262\text{ м}^3 = 26{,}2\text{ л.}$$

Пример 6. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре T = 350 К, а также кинетическую энергию $E_к$ вращательного движения всех молекул кислорода массой m = 4 г.

Решение. На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\langle\varepsilon_1\rangle = \frac{1}{2}kT$, где k - постоянная Больцмана; T - термодинамическая температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle\varepsilon_{вр}\rangle = 2\frac{1}{2}kT. \qquad (1)$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$E_к = \langle\varepsilon_{вр}\rangle N. \qquad (2)$$

Число всех молекул газа

$$N = N_A\nu, \qquad (3)$$

где N_A - постоянная Авогадро; ν - количество вещества.

Если учесть, что количество вещества $\nu = m/M$, где m - масса газа; M - молярная масса газа, то формула (3) примет вид

$$N = N_A\frac{m}{M}.$$

Подставив выражение N в формулу (2), получаем

$$E_к = N_A m\langle\varepsilon_{вр}\rangle/M. \qquad (4)$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода $M = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль (см. табл.14 Приложения):

$$\langle\varepsilon_1\rangle = kT = 1{,}38\cdot10^{-23}\cdot350\text{ Дж} = 4{,}83\cdot10^{-21}\text{ Дж};$$

$$E_к = 6{,}02\cdot10^{23}\cdot\frac{4\cdot10^{-3}}{32\cdot10^{-3}}\cdot4{,}83\cdot10^{-21}\text{ Дж} = 364\text{ Дж}.$$

Пример 7. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p неона и водорода, принимай эти газы за идеальные.

Р е ш е н и е. Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}, \tag{1}$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}, \tag{2}$$

где i - число степеней свободы молекулы газа; M - молярная масса. Для неона (одноатомный газ) i = 3 и $M = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. табл.14 Приложения).

Произведем вычисления:

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг·К)} = 6{,}24 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг·К)};$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг·К)} = 1{,}04 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

Для водорода (двухатомный газ) I = 5 и $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Тогда

$$c_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8{,}31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг·К)} = 1{,}04 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг·К)};$$

$$c_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг·К)} = 1{,}46 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

Пример 8. Вычислить удельные теплоемкости c_v и c_p смеси неона и водорода, если массовые доли неона и водорода составляют $\omega_1 = 80$ % и $\omega_2 = 20$ %. Значения удельных теплоемкостей газов взять из предыдущего примера.

Р е ш е н и е. Удельную теплоемкость c_v смеси при постоянном объеме найдем следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT, выразим двумя способами:

$$Q = c_v(m_1 + m_2)\Delta T, \tag{1}$$

$$Q = (c_{v,1}m_1 + c_{v,2}m_2)\Delta T, \tag{2}$$

где $c_{v,1}$ - удельная теплоемкость неона; $c_{v,2}$ - удельная теплоемкость водорода.

Приравняв правые части (1) и (2) и разделив обе части полученного равенства на ΔT, получим $c_v(m_1 + m_2) = c_{v,1}m_1 + c_{v,2}m_2$. Отсюда

$$c_v = c_{v,1}\frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{v,2}\frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

или

$$c_v = c_{v,1}\omega_1 + c_{v,2}\,\omega_2,$$

где $\omega_1 = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}$ и $\omega_2 = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}$.

Рассуждая так же, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении:

$$c_p = c_{p,1}\omega_1 + c_{p,2}\omega_2.$$

Произведем вычисления:

$c_v = (6{,}24\cdot10^2\cdot0{,}8 + 1{,}04\cdot10^4\cdot0{,}2)$ Дж/(кг·К) $= 2{,}58\cdot10^3$ Дж/(кг·К) = 2,58 кДж/(кг·К);
$c_p = (1{,}04\cdot10^3\cdot0{,}8 + 1{,}46\cdot10^4\cdot0{,}2)$ Дж/(кг·К) $= 3{,}75\cdot10^3$ Дж/(кг·К) = 3,75 кДж/(кг·К).

Пример 9. Кислород массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1$ м^3 и находится под давлением $p_1 = 0{,}2$ МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ м^3, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = 0{,}5$ МПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

Р е ш е н и е . Изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = c_v m\Delta T = \frac{i}{2}\cdot\frac{R}{M}m\Delta T; \qquad (1)$$

где i - число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода $i = 5$); $\Delta T = T_3 - T_1$ - разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона $pV = \frac{m}{MRT}$, откуда

$$T = pVM/(mR).$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A_1 = \frac{m_1}{MR\Delta T}.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю:

$$A_2 = 0.$$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом,

$$A = A_1 + A_2 = A_1.$$

Согласно первому началу термодинамики, теплота Q, переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы A:

$$Q = \Delta U + A.$$

Произведем вычисления, учтя, что для кислорода $M = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль (см. табл.14 Приложения):

$$T_1 = \frac{2\cdot10^5\cdot1\cdot32\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}31}\text{ К} = 385\text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2\cdot10^5\cdot3\cdot32\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}31}\text{ К} = 1155\text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5\cdot10^5\cdot3\cdot32\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}31}\text{ К} = 2887\text{ К};$$

$$A_1 = \frac{8{,}31\cdot2\cdot(1155-385)}{32\cdot10^{-3}}\text{ Дж} = 0{,}400\cdot10^6\text{ Дж} = 0{,}4\text{ МДж};$$

$$A = A_1 = 0{,}4\text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2}\cdot\frac{8{,}31\cdot2\cdot(2887-385)}{32\cdot10^{-3}}\text{ Дж} = 3{,}24\cdot10^6\text{ Дж} = 3{,}24\text{ МДж};$$

$$Q = (3{,}24 + 0{,}4)\text{ МДж} = 3{,}64\text{ МДж}.$$

График процесса приведен на рис. 7.

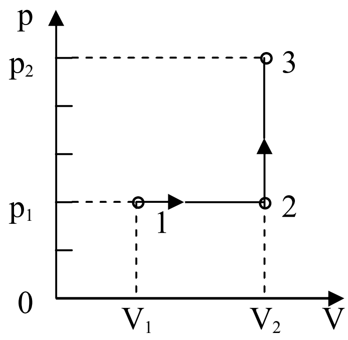

Рис.7

Пример 10. В цилиндре под поршнем находится водород массой $m = 0{,}02$ кг при температуре $T_1 = 300$ К. Водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объем в $n_1 = 5$ раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился и $n_2 = 5$ раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершаемую газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

Решение. Температуры и объемы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \text{ или } \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}}.$$

где γ - отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме; $n_1 = V_2/V_1$.

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры:

$$T_2 = T_1/n_1^{\gamma-1}.$$

Работа A_1, газа при адиабатном расширении может быть определена по формуле

$$A_1 = \frac{m}{M}C_v(T_1 - T_2) = \frac{m}{M}\cdot\frac{i}{2}\cdot R(T_1 - T_2),$$

где C_v - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2}, \text{ или } A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln\frac{1}{n^2},$$

где $n_2 = V_2/V_3$.

Произведем вычисления, учитывая, что для водорода как двухатомного газа $\gamma = 1{,}4$, $i = 5$ и $M = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}}\text{К} = \frac{300}{5^{0,4}}\text{К}.$$

Так как $5^{0,4} = 1{,}91$ (находится логарифмированием), то

$$T_2 = \frac{300}{1{,}91}\text{К} = 157 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{0{,}02\cdot5\cdot8{,}31}{2\cdot10^{-3}\cdot2}(300 - 157) \text{ Дж} = 29{,}8 \text{ кДж};$$

$$A_2 = \frac{0{,}02}{2\cdot10^{-3}}\cdot8{,}31\cdot157\ln\frac{1}{5} \text{ Дж} = -21 \text{ кДж}.$$

Знак минус показывает, что при сжатии работа газа совершается над газом внешними силами.

График процесса приведен на рис.8.

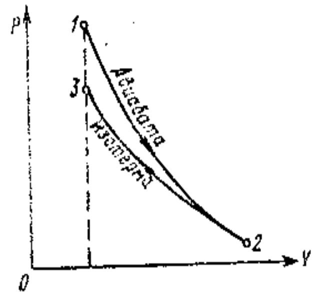

Рис. 8

Пример 11. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500$ К. Определить термический КПД η цикла и температуру T_2 теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу $A = 350$ Дж.

Решение. Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$\eta = A/Q_1,$$

где Q_1 - теплота, полученная от теплоотдатчика; A - работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная КПД цикла, можно по формуле $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$ определить температуру охладителя T_2.

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Произведем вычисления:

$$\eta = 350/1000 = 0{,}35; \quad T_2 = 500(1 - 0{,}35)\ \text{К} = 325\ \text{К}.$$

Пример 12. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром $d = 10$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

Решение. Пленка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности: внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина пленки чрезвычайно мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление

$$p = 2\frac{2\alpha}{r},$$

где r - радиус пузыря. Так как $r = d/2$, то

$$p = 8\alpha/d.$$

Работа, которую нужно совершить, чтобы, растягивая пленку, увеличить ее поверхность на ΔS, выражается формулой

$$A = \alpha\Delta S, \text{ или } A = \alpha(S - S_o).$$

В данном случае S - общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря; S_o - общая площадь двух поверхностей плоской пленки, затягивавшей отверстие трубки до выдувания пузыря. Пренебрегая S_o, получаем

$$A = \alpha S = 2\pi d^2\alpha.$$

Произведем вычисления:

$$p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0{,}1}\ \text{Па} = 3{,}2\ \text{Па};$$

$$A = 2 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}1)^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 2{,}5\ \text{мДж}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить массу m атома азота. [$2{,}33 \cdot 10^{-26}$ кг]

2. Плотность газа ρ при давлении $p = 96$ кПа и температуре $t = 0$ °C равна 1,35 г/л. Найти молярную массу M газа. [$32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль]

3. Определить давления p_1 и p_2 газа, содержащего $N = 10^9$ молекул и имеющего

объем V = 1 $см^3$, при температурах T_1 = 3 К и T_2 = 1000 К.   [41,4 нПа; 13,8 мкПа]

4. При температуре t = 35 °С и давлении p = 708 кПа плотность некоторого газа ρ = 12,2 $кг/м^3$. Определить относительную молекулярную массу $M_г$ газа.   [44,1]

5. Какой объем V занимает смесь азота массой m_1 = 1 кг и гелия массой m_2 = 1 кг при нормальных условиях?   [6,4 $м^3$]

6. В баллоне вместимостью V = 15 л находится смесь, содержащая m_1 = 10 г водорода, m_2 = 54 г водяного пара и m_3 = 60 г оксида углерода. Температура смеси t = 27 °С. Определить давление. [1,69 МПа]

7. Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре t = 27 °С. [$1{,}24 \cdot 10^{-20}$ Дж; $6{,}2 \cdot 10^{-21}$ Дж]

8. Определить удельные теплоемкости c_v и c_p газообразною оксида углерода СО. [743 Дж/(кг·К); 1,04 кДж/(кг·К)]

9. Смесь газа состоит из кислорода O_2 с массовой долей ω_1 = 85 % и озона O_3 с массовой долей ω_2 = 15 %. Определить удельные теплоемкости c_v и c_p этой газовой смеси.   [620 Дж/(кг·К); 877 Дж/(кг·К)]

10. Газовая смесь состоит из азота массой m_1 = 3 кг и водяного пара массой m_2 = 1 кг. Принимая эти газы за идеальные, определить удельные теплоемкости c_v и c_p газовой смеси. [902 Дж/(кг·К);   1,24 кДж/(кг·К)]

11. Молекула газа состоит из двух атомов; разность удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме равна 260 Дж/(кг·К). Найти молярную массу газа и его удельные теплоемкости c_v и c_p. [$32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль;   650 Дж/(кг·К); 910 Дж/(кг·К)]

12. Найти среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега молекулы водорода при p = 133 мПа и t = -173 °С.   [4,4 см]

13. Один киломоль двухатомного идеального газа совершает замкнутый цикл, график которого изображен на рис.9. Определить: 1) теплоту Q_1, полученную от теплоотдатчика; 2) теплоту Q_2, переданную теплоприемнику; 3) работу А, совершаемую газом за один цикл; 4) термический КПД η цикла. [7,61 МДж; 7,19 МДж; 0,4 МДж; 5,3 %]

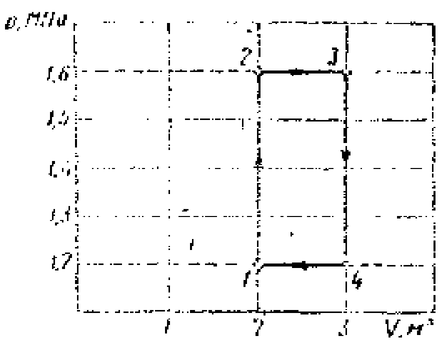

Рис. 9

14. Водород занимает объем V = 10 $м^3$ при давлении p_1 = 0,1 МПа. Его нагрели при постоянном объеме до давления p_2 = 0,3 МПа. Определить изменение ΔU внутренней энергии газа, работу А, совершенную им, и теплоту Q, сообщенную газу.   [5 МДж; 0; 5МДж]

15. Кислород при неизменном давлении p = 80 кПа нагревается. Его объем увеличивается от V_1 = 1 $м^3$ до V_2 = 3 $м^3$. Определить изменение ΔU внутренней энергии кислорода, работу А, совершенную им при расширении, а также теплоту Q, сообщенную газу. [400 кДж; 160 кДж; 560 кДж]

16. В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу m = 0,6 кг и занимающий объем V_1 = 1,2 $м^3$, при температуре T_1 = 560 К. В результате нагревании газ расширился и занял объем V_2 = 4,2 $м^3$, причем температура осталась неизменной.

Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу А и теплоту Q, сообщенную газу. [0; 126 кДж; 126 кДж]

17. В бензиновом автомобильном двигателе слепень сжатия горючей смеси равна 6,2. Смесь насасывается в цилиндр при температуре $t_1 = 15$ °С. Найти температуру t_2 горючей смеси в конце такта сжатии. Горючую смесь рассматривать как двухатомный идеальный газ; процесс считать адиабатным. [324 °С]

18. Газ совершает цикл Карно. Температура теплоотдатчика в три раза выше температуры теплоприемника. Теплоотдатчик передал газу Q_1 = 41,9 кДж теплоты. Какую работу совершил газ? [28,1 кДж]

19. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть 62 мыльный пузырь диаметром d = 12 см? Каково будет добавочное давление внутри этого пузыря? [3,62 мДж; 2,66 Па]

20. На нижнем конце трубки диаметром d = 0,2 см повисла шарообразная капля воды. Найти диаметр этой капли. [4,42 мм]

Контрольная работа № 2

(вариант – две последних цифры шифра)

Вариант	Номера задач (метод. указ. 1987 г.)						Вариант	Номера задач (метод. указ. 1987 г.)					
00	204	218	223	237	253	265	**01**	208	217	228	233	256	262
02	209	213	222	235	252	269	**03**	210	214	229	234	257	266
04	203	220	224	239	260	261	**05**	202	211	221	240	254	268
06	206	215	227	233	255	267	**07**	204	218	223	237	256	262
08	201	216	222	235	259	265	**09**	207	217	225	234	252	263
10	205	214	224	239	257	268	**11**	208	213	228	240	251	266
12	210	220	226	237	253	264	**13**	206	218	223	235	260	270
14	203	219	222	233	256	263	**15**	201	215	229	236	252	269
16	209	214	225	238	255	267	**17**	204	220	227	239	259	268
18	205	216	224	237	251	261	**19**	208	218	226	235	254	264
20	206	215	223	231	258	266	**21**	210	219	229	236	256	269
22	201	214	225	234	260	265	**23**	209	213	221	232	257	263
24	202	211	224	237	253	262	**25**	203	216	227	240	251	266
26	207	217	223	231	259	270	**27**	204	214	228	238	256	267
28	208	215	222	239	255	263	**29**	205	220	226	232	260	264
30	202	213	221	233	253	268	**31**	206	219	227	236	258	261
32	209	214	229	234	259	267	**33**	207	216	225	240	252	269
34	210	217	223	232	256	265	**35**	203	220	226	239	254	263
36	208	219	222	236	257	268	**37**	205	218	224	237	260	267
38	202	215	229	234	258	266	**39**	201	213	225	232	252	265
40	207	217	227	238	253	261	**41**	204	214	223	233	254	263
42	203	211	226	236	256	268	**43**	209	218	221	240	260	270
44	210	215	229	237	255	266	**45**	205	217	224	234	258	269
46	202	219	227	235	252	267	**47**	208	214	223	231	251	264
48	207	216	228	238	254	262	**49**	201	211	226	232	257	261
50	210	220	221	236	259	270	**51**	204	219	225	239	258	265
52	203	214	227	235	260	264	**53**	209	216	222	231	251	263
54	202	215	229	233	254	261	**55**	206	220	228	234	255	262
56	205	211	223	240	257	267	**57**	208	217	226	236	252	265
58	207	219	224	231	258	264	**59**	201	218	221	239	259	261
60	203	215	227	233	256	269	**61**	202	211	225	235	251	270
62	206	213	228	236	253	268	**63**	210	217	223	231	252	266
64	209	219	229	238	260	262	**65**	201	220	222	233	257	261
66	204	211	226	232	258	269	**67**	208	214	224	237	259	264

68	206	213	227	234	256	268	**69**	203	219	223	239	253	262
70	210	216	228	233	252	267	**71**	205	220	225	232	257	266
72	202	211	226	238	260	270	**73**	204	213	221	234	259	264
74	201	218	224	240	251	265	**75**	207	216	227	237	255	262
76	210	220	222	235	256	266	**77**	203	219	228	231	254	269
78	206	217	223	239	258	2689	**79**	202	211	225	233	259	265
80	209	215	221	236	251	270	**81**	201	216	224	232	252	263
82	207	218	229	231	257	266	**83**	203	217	226	238	255	269
84	205	214	227	235	260	267	**85**	210	211	222	233	259	268
86	204	219	221	239	256	264	**87**	209	218	228	231	251	266
88	201	216	229	232	254	265	**89**	208	213	225	240	253	263
90	203	214	226	234	257	261	**91**	205	219	222	235	255	262
92	204	215	221	238	256	266	**93**	209	216	227	233	260	270
94	206	213	229	231	258	264	**95**	201	214	228	236	254	263
96	207	220	225	234	253	267	**97**	203	219	223	240	251	265
98	210	211	222	232	255	270	**99**	205	217	221	238	260	269

201. Определить количество вещества ν и число N молекул кислорода массой $m = 0{,}5$ кг.

202. Сколько атомов содержится в ртути: 1) количеством вещества $\nu = 0{,}2$ моль; 2) массой $m = 1$ г?

203. Вода при температуре $t = 4$ °С занимает объем $V = 1$ см^3. Определить количество вещества ν и число N молекул воды.

204. Найти молярную массу M и массу $m_м$ одной молекулы поваренной соли.

205. Определить массу $m_м$ одной молекулы углекислого газа.

206. Определить концентрацию n молекул кислорода, находящегося в сосуде вместимостью $V = 2$ л. Количество вещества ν кислорода равно 0,2 моль.

207. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объемом $V = 3$ л, если концентрации молекул газа в сосуде $n = 2\cdot10^{18}$ м$^{-3}$.

208. В баллоне вместимостью $V = 3$ л содержится кислород массой $m = 10$ г. Определить концентрацию n молекул газа;

209. Определить относительную молекулярную массу M: 1) воды; 2) углекислого газа; 3) поваренной соли.

210. Определить количество вещества ν и число N молекул азота массой $m = 0{,}2$ кг.

211. В цилиндр длиной $l = 1{,}6$ м, заполненный воздухом мри нормальном атмосферном давлении p_o, начали медленно двигать поршень площадью основания $S = 200$ см^2. Определить силу F, действующую на поршень, если его остановить на расстоянии l_1=10см от дна цилиндра.

212. В баллоне находится газ при температуре $T_1 = 400$ К. До какой температуры T_2 надо нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в 1,5 раза?

213.Баллон вместимостью $V = 20$ л заполнен азотом при температуре $T = 400$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 200$ кПа. Определить, массу m израсходованного газа. Процесс считать изотермическим.

214. В баллоне вместимостью $V = 15$ л находится аргон под давлением $p_1 =$ $= 600$ кПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 400$ кПа, а температура установилась $T_2 = 260$ К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

215. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление p_1 = 2 МПа и температура, T_1 = 800 К, в другом p_2 = 2,5 МПа, T_2 = 200 К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры Т = 200 К. Определить установившееся в сосудах давление p.

216. Вычислить плотность ρ азота, находящегося в баллоне под давлением p = 2 МПа и имеющего температуру Т = 400 К.

217. Определить относительную молекулярную массу М, газа, если при температуре Т = 154 К и давлении p = 2,8 МПа он имеет плотность ρ = 6,1 кг/м^3.

218. Найти плотность ρ азота при температуре Т = 400К и давлении p = 2 МПа.

219. В сосуде вместимостью V = 40 л находится кислород при температуре Т = = 300 К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на Δp = 100 кПа. Определить массу m израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

220. Определить плотность ρ водяного пара, находящегося под давлением p = 2,5 кПа и имеющего температуру Т = 250 К.

221. Определить внутреннюю энергию U водорода, а также среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon\rangle$ молекулы этого газа при температуре Т = 300 К, если количество вещества ν этого газа равно 0,5 моль.

222. Определить суммарную кинетическую энергию $E_к$ поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде вместимостью V = 3 л под давлением p = 540 кПа.

223. Количество вещества гелия ν = 1,5 моль, температура Т = 120 К. Определить суммарную кинетическую энергию $E_к$ поступательного движения всех молекул этого газа.

224. Молярная внутренняя энергия U_m некоторого двухатомного газа равна 6,02 кДж/моль. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$ вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

225. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon\rangle$ одной молекулы водяного пара при температуре Т = 500 К.

226. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle\upsilon_{кв}\rangle$ молекулы газа, заключенного в сосуд вместимостью V = 2 л под давлением p = 200 кПа. Масса газа m = = 0,3 г.

227. Водород находится при температуре Т = 300 К. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$ вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию $E_к$ всех молекул этого газа; количество водорода ν = 0,5 моль

228. При какой температуре средняя кинетическая энергия $\langle\varepsilon_п\rangle$ поступательного движения молекулы газа равна $4{,}14\cdot10^{-21}$ Дж?

229. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки равна $6\cdot10^{-10}$ г. Газ находится при температуре Т = 400 К. Определить средние квадратичные скорости $\langle\upsilon_{кв}\rangle$, а также средние кинетические энергии $\langle\varepsilon_п\rangle$ поступательного движения молекулы азота и пылинки.

230. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_п\rangle$ поступательного движения и $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$ вращательного движения молекулы азота при температуре Т = 1 К.

Определить также полную кинетическую энергию $E_к$ молекулы при тех же условиях.

231. Определить молярную массу M двухатомного гама и его удельные теплоемкости, если известно, что разность c_p - c_v удельных теплоемкостей этого газа равна 260 Дж/(кг·К).

232. Найти удельные c_p и c_v, а также молярные C_p и C_v теплоемкости углекислого газа.

233. Определить показатель адиабаты у идеального газа, который при температуре T = 350 К и давлении p = 0,4 МПа занимает объем V = 300 л и имеет теплоемкость C_v = 857 Дж/К.

234. В сосуде вместимостью V = 6 л находится при нормальных условиях двухатомный газ. Определить теплоемкость C_v этого газа при постоянном объеме.

235. Определить относительную молекулярную массу $M_г$ и молярную массу M газа, если разность его удельных теплоемкостей c_p - c_v = 2,08 кДж/(кг·К).

236. Определить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости c_v = 10,4 кДж/(кг·К) и c_p = 14,6 кДж/(кг·К).

237. Найти удельные c_v и c_p и молярные C_v и C_p теплоемкости азота и гелия.

238. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и отношение теплоемкостей C_p/C_v = 1,67.

239. Трехатомный газ под давлением p = 240 кПа и температуре t = 20 °С занимает объем V = 10 л. Определить теплоемкость C_p этого газа при постоянном давлении.

240. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объем V = 5 л. Вычислить теплоемкость C_v этого газа при постоянном объеме.

241. Найти среднее число $\langle z \rangle$ столкновений за время t = 1 с и длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы гелия, если газ находится под давлением p = 2 кПа при температуре T = 200 К.

242. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы азота в сосуде вместимостью V = 5 л. Масса газа m = 0,5 г.

243. Водород находится под давлением p = 20 мкПа и имеет температуру T = = 300 К. Определить среднюю длину, свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы такого газа.

244. При нормальных условиях длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода равна 0,160 мкм. Определить диаметр d молекулы водорода.

245. Какова средняя арифметическая скорость $\langle \upsilon \rangle$ молекул кислорода при нормальных условиях, если известно, что средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы кислорода при этих условиях равна 100 нм?

246. Кислород находится под давлением p = 133 нПа при температуре T = 200 К. Вычислить среднее число $\langle z \rangle$ столкновений молекулы кислорода при этих условиях за время τ = 1 с.

247. При каком давлении p средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул азота равна 1 м, если температура газа t = 10 °С?

248. В сосуде вместимостью V = 5 л находится водород массой m = 0,5 г. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода в этом сосуде.

249. Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода при некоторых условиях равна 2 мм. Найти плотность ρ водорода при этих условиях.

250. В сферической колбе вместимостью V = 3 л, содержащей азот, создан вакуум с давлением p = 80 мкПа. Температура газа T = 250 К. Можно ли считать вакуум в колбе высоким?

Примечание. Вакуум считается высоким, если длина свободного пробега молекул в нем много больше линейных размеров сосуда.

251. Определить количество теплоты Q, которое надо сообщить кислороду объемом V = 50 л при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на Δp = 0,5 МПа.

252. При изотермическом расширении азота при температуре T = 280 К объем его увеличился в два раза. Определить: 1) совершённую при расширении газа работу A; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) количество теплоты Q, полученное газом. Масса азота m = 0,2 кг.

253. При адиабатном сжатии давление воздуха было увеличено от p_1 = 50 кПа до p_2 = 0,5 МПа. Затем при неизменном объеме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление p_3 газа в конце процесса.

254. Кислород массой m = 200 г занимает объем V_1 = 100 л и находится под давлением p_1 = 200 кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема V_2 = 300 л, а затем его давление возросло до p_3 = 500 кПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную газом работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

255. Объем водорода при изотермическом расширении при температуре T = 300 К увеличился в n = 3 раза. Определить работу A, совершенную газом, и теплоту Q, полученную при этом. Масса m водорода равна 200 г.

256. Азот массой m = 0,1 кг был изобарно нагрет от температуры T_1 = 200 К до температуры T_2 = 400 К. Определить работу A, совершенную газом, полученную им теплоту Q и изменение ΔU внутренней энергии азота.

257. Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества ν = 0,4 моль при изотермическом расширении, если при этом газ получит количество теплоты Q = 800Дж? Температура водорода T = 300 К.

258. Какая работа A совершается при изотермическом расширении водорода массой m = 5 г, взятого при температуре T = 290 К, если объем газа увеличивается в три раза?

259. Какая доля ω_1 количества теплоты Q, подводимого к идеальному двухатомному газу при изобарном процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии газа и какая доля ω_2 — на работу A расширения? Рассмотреть три случая, если газ: 1) одноатомный; 2) двухатомный; 3) трехатомный.

260. Определить работу A, которую совершит азот, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты Q = 21 кДж. Найти также изменение ΔU внутренней энергии газа.

261. Идеальный газ совершает цикл Карно при температурах теплоприемника T_2 = 290 К и теплоотдатчика T_1 = 400 К. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла, если температура теплоотдатчика возрастет до T_1' = 600 К?

262. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 теплоотдатчика в четыре раза ($n = 4$) больше температуры теплоприемника. Какую долю ω количества теплоты, полученного за один цикл от теплоотдатчика, газ отдаст теплоприемнику?

263. Определить работу A_2 изотермического сжатии газа, совершающего цикл Карно, КПД которого $\eta = 0{,}4$, если работа изотермического расширения равна $A_1 = 8$ Дж.

264. Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику теплоту $Q_2 = 14$ кДж. Определить температуру T_1 теплоотдатчика, если при температуре теплоприемника $T_2 = 280$ К работа цикла $A = 6$ кДж.

265. Газ, являясь рабочим веществом в цикле Карно, получил от теплоотдатчика теплоту $Q = 4{,}38$ кДж и совершил работу $A = 2{,}4$ кДж. Определить температуру теплоотдатчика, если температура теплоприемника $T_2 = 273$ К.

266. Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику 67 % теплоты, полученной от теплоотдатчика. Определить температуру T_2 теплоприемника, если температура теплоотдатчика $T_1 = 430$ К.

267. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры теплоотдатчика от $T_1 = 380$ К до $T_1' = 560$ К? Температура теплоприемника $T_2 = 280$ К.

268. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500$ К, температура теплоприемника $T_2 = 250$ К. Определить термически КПД η цикла, а также работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2 = 70$ Дж.

269. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту $Q_1 = 84$ кДж. Определить работу A газа, если температура T_1 теплоотдатчика в три раза выше температуры T_2 теплоприемника.

270. В цикле Карно газ получил от теплоотдатчика теплоту $Q_1 = 500$Дж и совершил работу $A = 100$ Дж. Температура теплоотдатчика $T_1 = 400$ К. Определить температуру T_2 теплоприемника.

271. Найти массу m воды, вошедшей в стеклянную трубку с диаметром канала $d = 0{,}8$_мм, опущенную в воду на малую глубину. Считать смачивание полным.

272. Какую работу A надо совершить при выдувании мыльного пузыря, чтобы увеличить его объем от $V_1 = 8$ см^3 до $V_2 = 16$ см^3? Считать процесс изотермическим.

273. Какая энергия E выделится при слиянии двух капель ртути диаметром $d_1 = 0{,}8$ мм и $d_2 = 1{,}2$ мм в одну каплю?

274. Определить давление p внутри воздушного пузырька диаметром $d = 4$ мм, находящегося в воде у самой ее поверхности. Считать атмосферное давление нормальным.

275. Пространство между двумя стеклянными параллельными пластинками с площадью поверхности $S = 100$ см^2 каждая, расположенными на расстоянии $l = 20$ мкм друг от друга, заполнено водой. Определить силу F, прижимающую пластинки друг к другу. Считать мениск вогнутым с диаметром d, равным расстоянию между пластинками.

276. Глицерин поднялся в капиллярной трубке диаметром канала $d = 1$ мм на высоту $h = 20$ мм. Определить поверхностное натяжение α глицерина. Считать смачивание полным.

277. В воду опущена на очень малую глубину стеклянная трубка с диаметром канала $d = 1$ мм. Определить массу m воды, вошедшей в трубку.

278. На сколько давление p воздуха внутри мыльного пузыря больше нормального атмосферного давления p_o, если диаметр пузыря $d = 5$ мм?

279. Воздушный пузырек диаметром $d = 2{,}2$ мкм находится в воде у самой ее поверхности. Определить плотность ρ воздуха в пузырьке, если воздух над поверхностью, воды находится при нормальных условиях.

280. Две капли ртути радиусом $r = 1{,}2$ мм каждая слились в одну большую каплю. Определить энергию E, которая выделится при этом слиянии. Считать процесс изотермическим.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Основные физические постоянные (округление значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	**g**	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	**G**	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	$\mathbf{N_A}$	$6{,}01\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	**R**	8,31 Дж/(моль·К)
Стандартный объем*	$\mathbf{V_m}$	$22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Больцмана	**k**	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	**E**	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	**c**	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	$\boldsymbol{\sigma}$	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная закона смещения Вина	**b**	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	**h** **ħ**	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с $1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	**R**	$1{,}10\cdot10^{7}$ м$^{-1}$
Радиус Бора	***a***	$0{,}529\cdot10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны электрона	$\boldsymbol{\Lambda}$	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Магнетон Бора	$\boldsymbol{\mu_B}$	$0{,}927\cdot10^{-23}$ А·м^2
Энергия ионизации атома водорода	$\mathbf{E_i}$	$2{,}18\cdot10^{-18}$ Дж (13,6 эВ)
Атомная единица массы	**а.е.м.**	$1{,}660\cdot10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	$\boldsymbol{\varepsilon_o}$	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\boldsymbol{\mu_o}$	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$ м

3. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}70\cdot10^{3}$	Медь	$8{,}93\cdot10^{3}$
Барий	$3{,}50\cdot10^{3}$	Никель	$8{,}90\cdot10^{3}$
Ванадий	$6{,}02\cdot10^{3}$	Свинец	$11{,}3\cdot10^{3}$
Вмсмут	$9{,}80\cdot10^{3}$	Серебро	$10{,}5\cdot10^{3}$
Железо	$7{,}88\cdot10^{3}$	Цезий	$1{,}90\cdot10^{3}$
Литий	$0{,}53\cdot10^{3}$	Цинк	$7{,}15\cdot10^{3}$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода при 4 °С	$1{,}00\cdot10^{3}$	Сероуглерод	$1{,}26\cdot10^{3}$
Глицерин	$1{,}26\cdot10^{3}$	Спирт	$0{,}80\cdot10^{3}$
Ртуть	$13{,}6\cdot10^{3}$		

* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях.

5. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0\cdot10^{-10}$	Гелий	$1{,}9\cdot10^{-10}$
Водород	$2{,}3\cdot10^{-10}$	Кислород	$2{,}7\cdot10^{-10}$

8. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

9. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9{,}8\cdot10^{-8}$	Нихром	$1{,}1\cdot10^{-6}$
Медь	$1{,}7\cdot10^{-8}$	Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$

10. Энергия ионизации

Вещество	E_i, Дж	E_i, эВ
Водород	$2{,}18\cdot10^{-18}$	13,6
Гелий	$3{,}94\cdot10^{-18}$	24,6
Литий	$1{,}21\cdot10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1{,}66\cdot10^{-18}$	10,4

11. Подвижность ионов в газах, м^2/(В·с)

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1{,}27\cdot10^{-4}$	$1{,}81\cdot10^{-4}$
Водород	$5{,}4\cdot10^{-4}$	$7{,}4\cdot10^{-4}$
Воздух	$1{,}4\cdot10^{-4}$	$1{,}9\cdot10^{-4}$

12. Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

13. Работа электронов

Металл	A, Дж	A, эВ
Калий	$3{,}5\cdot10^{-19}$	2,2
Литий	$3{,}7\cdot10^{-19}$	2,3
Платина	$10\cdot10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3{,}4\cdot10^{-19}$	2,1
Серебро	$7{,}5\cdot10^{-19}$	4,7
Цезий	$3{,}2\cdot10^{-19}$	2,0
Цинк	$6{,}4\cdot10^{-19}$	4,0

14. Относительные атомные массы (округление значения) A_r и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

15. Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Бор	${}^{10}_{5}B$	10,01294
Водород	${}^{1}_{1}H$	1,00783		${}^{11}_{5}B$	11,00930
	${}^{2}_{1}H$	2,01410	Углерод	${}^{12}_{6}C$	12,00000
	${}^{3}_{1}H$	3,01605		${}^{13}_{6}C$	13,00335
Гелий	${}^{3}_{2}He$	3,01603		${}^{14}_{6}C$	14,00324
	${}^{4}_{2}He$	4,00260	Азот	${}^{14}_{7}N$	14,00307
Литий	${}^{6}_{3}Li$	6,01513	Кислород	${}^{16}_{8}O$	15,99491
	${}^{7}_{3}Li$	7,01601		${}^{17}_{8}O$	16,99913
Берилий	${}^{7}_{4}Be$	7,01693			
	${}^{9}_{4}Be$	9,01219			

16. Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ	Период полу-распада
Актиний	${}^{225}_{89}Ac$	10 суток
Йод	${}^{131}_{53}I$	8 суток
Кобальт	${}^{60}_{27}Co$	5,3 г
Магний	${}^{27}_{12}Mg$	10 мин.
Радий	${}^{226}_{88}Ra$	1620 лет
Родон	${}^{222}_{86}Rn$	3,8 сут.
Стронций	${}^{90}_{38}Sr$	27 лет
Фосфор	${}^{32}_{15}P$	14,3 сут.
Церий	${}^{144}_{58}Ce$	285 сут.

17. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_o		F_o	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8{,}16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}50\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α-частица	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733
Нейтральный π-мезон	$2{,}41\cdot10^{-28}$	0,14498	$2{,}16\cdot10^{-11}$	135

18. Единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величина		Единица		
Наименование	Размер-ность	Наименова-ние	Обозна-чение	Выражение через основные и дополни-тельные единицы
Основные единицы				
Длина	L	метр	м	
Масса	M	килограмм	кг	
Время	T	секунда	с	
Сила электрического тока	I	ампер	А	
Термодинамическая температура	θ	кельвин	К	
Количество вещества	N	моль	моль	
Сила света	J	кандела	кд	
Дополнительные единицы				
Плоский угол	-	радиан	рад	
Телесный угол	-	стерадиан	ср	
Производные единицы				
Частота	T^{-1}	герц	Гц	$с^{-1}$
Сила, вес	LMT^{-2}	ньютон	Н	$м\cdot кг\cdot с^{-2}$
Давление, механическое напряжение	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	$м^{-1}\cdot кг\cdot с^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	$L^{2}MI^{-2}$	джоуль	Дж	$м^{2}\cdot кг\cdot с^{-2}$
Мощность, поток энергии	$L^{2}MT^{-3}$	ватт	Вт	$м^{2}\cdot кг\cdot с^{-3}$
Количество электричества (электрический заряд)	TI	кулон	Кл	$с\cdot А$
Электрическое напряжение, электрический потенциал, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	$L^{2}MT^{-3}I^{-1}$	волт	В	$м^{2}\cdot кгс\cdot с^{-3}\cdot А^{-1}$
Электрическая ёмкость	$L^{-2}M^{-1}T^{4}I^{2}$	фарад	Ф	$м^{-2}\cdot кг^{-1}\cdot с^{4}\cdot А^{2}$
Электрическое сопротивление	$L^{2}MT^{-3}I^{-2}$	ом	Ом	$м^{2}\cdot кг\cdot с^{-3}\cdot А^{-2}$
Электрическая проводимость	$L^{-2}M^{-1}T^{3}I^{2}$	сименс	См	$м^{-2}\cdot кг^{-1}\cdot с^{3}\cdot А^{2}$
Магнитный поток	$L^{2}MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	$м^{2}\cdot кг\cdot с^{-2}\cdot А^{-1}$
Магнитная индукция	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	$кг\cdot с^{-2}\cdot А^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L^{2}MT^{-2}I^{-2}$	генри	Гн	$м^{2}\cdot кг\cdot с^{-2}\cdot А^{-2}$
Световой поток	J	люмен	лм	$кд\cdot ср$
Освещенность	$L^{-2}J$	люкс	лк	$м^{-2}\cdot кд\cdot ср$
Активность изотопа (активность нуклида в радиоактивном источнике)	T^{-1}	беккерель	Бк	$с^{-1}$
Поглощенная доза излучения	$L^{2}I^{-2}$	грей	Гр	$м^{2}\cdot с^{-2}$

Примечания:

1 Кроме температуры Кельвина (обозначение Т) допускается применять также температуру Цельсия (обозначение t), определяемую выражением $t = T - T_o$, где $T_o = 273{,}15$ К. Температура Кельвина выражается в Кельвинах, температура Цельсия - в градусах Цельсия (обозначение международное и русское °С). По размеру градус Цельсия равен Кельвину

2. Интервал или разность температур Кельвина выражают в Кельвинах. Интервал или разность температур Цельсия допускается выражать как в Кельвинах, так и в градусах Цельсия.

19. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кмло	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

20. Греческий алфавит

Обозначение букв	Название букв	Обозначение букв	Название букв
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон
Д, δ	дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ς	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	эта	Τ, τ	тау
θ, ϑ	тэта	ϒ, υ	ипсилон
Ι, *i*	иота	Φ, φ	фи
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	ламбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	ми	Ω, ω	омега