

## 5. ОПТИКА

### Основные Формулы

Скорость света в среде

$$v = c/n,$$

где  $c$  - скорость света в вакууме;  $n$  показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = n\ell,$$

где  $\ell$  - геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления  $n$ .

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

Зависимость разности фаз от оптической разности хода световых волн

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right),$$

где  $\lambda$  - длина световой волны.

Условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Условие максимального ослабления света

$$\Delta = \pm (2k + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2},$$

или

$$\Delta = 2dncos i_2 \pm \frac{\lambda}{2},$$

где  $d$  - толщина пленки;  $n$  - показатель преломлений пленки;  $i_1$  - угол падения;  $i_2$  - угол преломления света в пленке.

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R\lambda/2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $k$  - номер кольца;  $R$  - радиус кривизны.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Угол  $\varphi$  отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции на одной щели, определяется из условия

$$a\sin\varphi = (2k + 1)\lambda/2 \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где  $a$  - ширина щели;  $k$  - порядковый номер максимума.

Угол  $\varphi$  отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке, определяется из условия

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где  $d$  - период дифракционной решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \lambda/\Delta\lambda = kN,$$

где  $\Delta\lambda$  - наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий ( $\lambda$  и  $\lambda+\Delta\lambda$ ), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки;  $N$  - полное число щелей решетки.

Формула Вульфа-Брэггов

$$2d\sin\theta = k\lambda,$$

где  $\theta$  - угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле);  $d$  - расстояние между атомными плоскостями кристалла.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg}\varepsilon_B = n_{21},$$

где  $\varepsilon_B$  - угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован;  $n_{21}$  - относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где  $I_0$  - интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;  $I$  - интенсивность этого света после анализатора;  $\alpha$  - угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора (если колебания электрического вектора падающего света совпадают с этой плоскостью, то анализатор пропускает данный свет без ослабления).

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

$$\text{а) } \varphi = \alpha d \quad (\text{в твердых телах}),$$

где  $\alpha$  - постоянная вращения;  $d$  - длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

$$\text{б) } \varphi = [\alpha] \rho d \quad (\text{в растворах}),$$

где  $[\alpha]$  - удельное вращение;  $\rho$  - массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \text{ или } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где  $m_0$  - масса покоя частицы;  $v$  - ее скорость;  $c$  - скорость света в вакууме;  $\beta$  - скорость частицы, выраженная в долях скорости света ( $\beta = v/c$ ).

Взаимосвязь массы и энергии релятивистской частицы

$$E = mc^2, \text{ или } E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где  $E_0 = m_0 c^2$  - энергия покоя частицы.

Полная энергия свободной частицы

$$E = E_0 + T,$$

где  $T$  - кинетическая энергия релятивистской частицы.

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$T = (m - m_0)c^2, \text{ или } T = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Импульс релятивистской частицы

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \text{ или } p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2.$$

Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где  $R_e$  - энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела;  $\sigma$  - постоянная Стефана-Больцмана;  $T$  - термодинамическая температура Кельвина.

Закон смещения Вина

$$\lambda_m = b/T,$$

где  $\lambda_m$  - длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения;  $b$  - постоянная Вина.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu, \text{ или } \varepsilon = \hbar\omega$$

где  $h$  - постоянная Планка;  $\hbar$  - постоянная Планка, деленная на  $2\pi$ ,  $\nu$  - частота фотона;  $\omega$  - циклическая частота.

Масса фотона

$$m = \varepsilon/c^2 = h/(c\lambda),$$

где  $c$  - скорость света в вакууме;  $\lambda$  - длина волны фотона.

Импульс фотона

$$p = mc = h/\lambda.$$

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + T_{\max} = A + m v_{\max}^2 / 2,$$

где  $h\nu$  - энергия фотона, падающего на поверхность металла;  $A$  - работа выхода электрона;  $T_{\max}$  - максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = A/h, \text{ или } \lambda_0 = hc/A,$$

где  $\nu_0$  - минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект;  $\lambda_0$  - максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект;  $h$  - постоянная Планка,  $c$  - скорость света в вакууме.

Формула Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta),$$

где  $\lambda$  - длина волны фотона, встретившегося со свободным или слабосвязанным электроном;  $\lambda'$  - длина волны фотона, рассеянного на угол  $\theta$  после столкновения с электроном;  $m_0$  - масса покоящегося электрона.

Комптоновская длина волны

$$\Lambda = h/(m_0 c) \quad (\Lambda = 2,436 \text{ пм}).$$

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p = E_e(1 + \rho)/c = \omega(1 + \rho),$$

где  $E_e$  - энергетическая освещенность (облученность);  $\omega$  - объемная плотность энергии излучения;  $\rho$  - коэффициент отражения.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** От двух когерентных источников  $S_1$  и  $S_2$  ( $\lambda = 0,8$  мкм) лучи попадают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку ( $n = 1,33$ ), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине  $d_{\min}$  пленки это возможно?

**Решение.** Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разности хода пучков световых волн на нечетное число половин длин волн, т.е.

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k + 1)\lambda/2, \quad (1)$$

где  $\Delta_1$  - оптическая разность хода пучков световых волн до внесения пленки;  $\Delta_2$  - оптическая разность хода тех же пучков после внесения пленки;  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

Наименьшей толщине  $d_{\min}$  пленки соответствует  $k = 0$ . При этом формула (1) примет вид

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \lambda/2. \quad (2)$$

Выразим оптические разности хода. Из рис.59 следует:

$$\Delta_1 = \ell_1 - \ell_2,$$

$$\Delta_2 = [\ell_1 - d_{\min}] + nd_{\min} - \ell_2 = (\ell_1 - \ell_2) + d_{\min}(n - 1).$$

Подставим выражения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  в формулу (2):

$$(\ell_1 - \ell_2) + d_{\min}(n - 1) - (\ell_1 - \ell_2) = \lambda/2,$$

или

$$d_{\min}(n - 1) = \lambda/2.$$

Отсюда

$$d_{\min} = \lambda/[2(n - 1)].$$

Произведем вычисления:

$$d_{\min} = \frac{0,8}{2(1,33 - 1)} \text{ мкм} = 1,21 \text{ мкм}.$$

**Пример 2.** На стеклянный клин с малым углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм. Число  $m$  возникающих при этом интерференционных полос, приходящихся на отрезок клина длиной  $\ell$ , равно 10. Определить угол  $\alpha$  клина.

**Решение.** Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти отраженные пучки света когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки 1 и 2 света (рис.60) будут практически

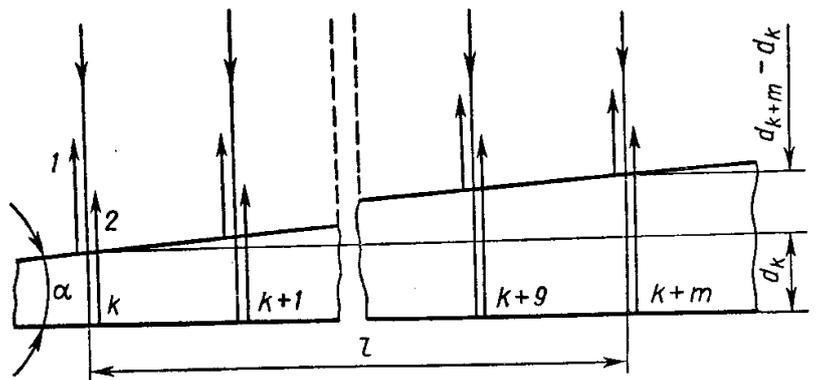


Рис. 60

параллельны.

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечетному числу полови» длин волн:

$$\Delta = (2k + 1)\lambda/2 \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1)$$

Разность хода  $\Delta$  двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ( $2d_n \cos \varepsilon'_2$ ) и половины длины волны ( $\lambda/2$ ). Величина  $\lambda/2$  представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении световой волны 1 от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) разность хода  $\Delta$  световых волн, получаем

$$2d_k n \cos \varepsilon'_2 + \lambda/2 = (2k + 1)\lambda/2, \quad (2)$$

где  $n$  - показатель преломления стекла ( $n = 1,5$ );  $d_k$  - толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру  $k$ ;  $\varepsilon'_2$  - угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю; следовательно, и угол преломления  $\varepsilon'_2$  равен нулю, а  $\cos \varepsilon'_2 = 1$ . Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \quad (3)$$

Пусть произвольной темной полосе номера соответствует толщина  $d_k$  клина, а темной полосе  $(k + m)$ -го номера - толщина  $d_{k+m}$  клина. Тогда (рис.60), учитывая, что  $m$  полос укладывается на расстоянии  $\ell$ , найдем:

$$\sin \alpha = (d_{k+m} - d_k)/\ell \quad (4)$$

Выразим из (3)  $d_k$  и  $d_{k+m}$  и подставим их в формулу (4). Затем, учитывая, что  $\sin \alpha = \alpha$  (из-за малости угла  $\alpha$ ), получим

$$\alpha = \frac{(k + m)\lambda - k\lambda}{2n\ell} = \frac{m\lambda}{2n\ell}.$$

Подставляя значения физических величин, найдем

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1} \text{ рад} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Выразим  $\alpha$  в секундах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой:  $1 \text{ рад} = 206\,265'' \approx 2,06 \cdot 10^5''$ . Тогда

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06 \cdot 10^5'' = 41,2''.$$

**Пример 3.** На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки  $d = 2$  мкм. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ( $\lambda_1 = 0,7$  мкм) и в случае фиолетового ( $\lambda_2 = 0,41$  мкм) света.

**Решение.** Из формулы, определяющей положение главных максимумов дифракционной решетки, найдем порядок  $m$  дифракционного максимума:

$$m = (d \sin \varphi)/\lambda \quad (1)$$

где  $d$  - период решетки;  $\varphi$  - угол дифракции;  $\lambda$  - длина волны монохроматического света. Так как  $\sin \varphi$  не может быть больше 1, то число  $m$  не может быть больше  $d/\lambda$ , т.е.

$$m \leq d/\lambda \quad (2)$$

Подставив в формулу (2) значения величин, получим:

$$m \leq 2/0,7 = 2,86 \quad (\text{для красных лучей});$$

$m \leq 2/0,41 = 4,88$  (для фиолетовых лучей).

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то для красного света  $m_{\max} = 2$  и для фиолетового  $m_{\max} = 4$ .

**Пример 4.** Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол  $\varphi = 97^\circ$  с падающим пучком (рис.61). Определить показатель преломления  $n_1$  жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

**Решение.** Согласно закону Брюстера, пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления  $\operatorname{tg} \varepsilon = n_{21}$ , где  $n_{21}$  - показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления. Следовательно,  $\operatorname{tg} \varepsilon = n_2/n_1$ . Так как угол падения равен углу отражения, то  $\varepsilon = \varphi/2$  и, следовательно  $\operatorname{tg}(\varphi/2) = n_2/n_1$ , откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}.$$

Произведем вычисления:

$$n_1 = \frac{1,5}{\operatorname{tg}(97^\circ/2)} = \frac{1,5}{1,13}$$

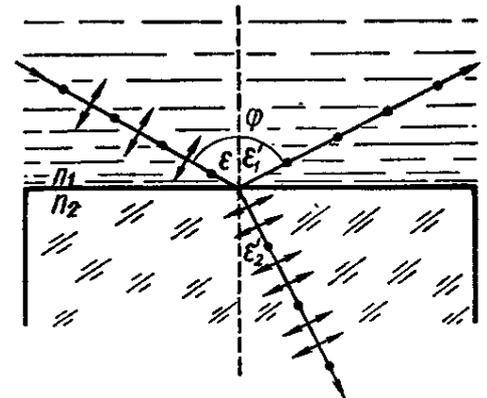


Рис. 61

**Пример 5.** Два николя  $N_1$  и  $N_2$  расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет  $\alpha = 60^\circ$ . Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность  $I_0$  естественного света: 1) при прохождении через один николю  $N_1$ ; 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе  $k = 0,05$ . Потери на отражение света не учитывать.

**Решение 1.** Естественный свет, падая на грань призмы Николя (рис.62), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок света (о) вследствие полного отражения от границы АВ отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (е) проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму,

$$I_1 = \frac{1}{2}I_0(1 - k).$$

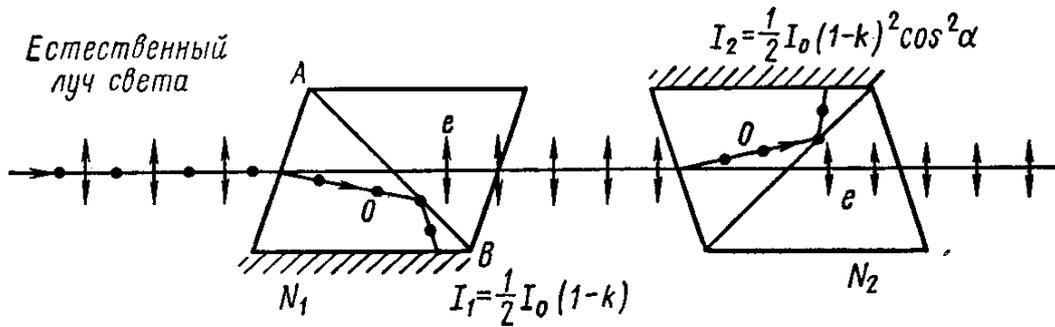


Рис. 62

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность  $I_0$  естественного света, падающего на первый николю, на интенсивность  $I_1$  поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2I_0}{I_0(1-k)} = \frac{2}{1-k}. \quad (1)$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-0,05} = 2,1.$$

Таким образом, интенсивность уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный пучок света интенсивности  $I_1$  падает на второй николю  $N_2$  и также расщепляется на два пучка различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается призмой, поэтому интенсивность его нас не интересует. Интенсивность  $I_2$  необыкновенного пучка, вышедшего из призмы  $N_2$ , определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя  $N_2$ .

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получаем

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2 \alpha.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность  $I_0$  естественного света на интенсивность  $I_2$  света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1-k)\cos^2 \alpha}.$$

Заменяя отношение  $I_0/I_1$  его выражением по формуле (1), получаем

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

**Пример 6.** Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность  $I$  пучка света после поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь, постоянную вращения  $\alpha$  кварца принять равной  $48,9$  град/мм.

**Решение.** Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида (штриховая линия на рис.63) перпендикулярна плоскости колебаний (I-I) плоскополяризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластины приводит к повороту плоскости колебаний света на угол

$$\varphi = \alpha \ell, \quad (1)$$

где  $\ell$  - толщина пластины.

Зная, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении его через поляроид, определим угол  $\beta$ , который установится между плоскостью пропускания поляроида и новым направлением (II-II) плоскости колебаний падающего на поляроид плоскополяризованного света. Для этого воспользуемся законом Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \beta,$$

Заметив, что  $\beta = \pi/2 - \varphi$  можно написать

$$I = I_0 \cos^2(\pi/2 - \varphi), \text{ или } I = I_0 \sin^2 \varphi, \quad (2)$$

Из равенства (2) с учетом (1) получим  $\alpha \ell = \arcsin \sqrt{I/I_0}$ , откуда искомая толщина пластины

$$\ell = (1/\alpha) \arcsin \sqrt{I/I_0}.$$

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$\ell = \frac{1}{48,9} \arcsin \sqrt{1/2} \text{ мм} = \frac{0,785}{48,9} \text{ мм} = 16 \text{ мкм}.$$

**Пример 7.** Определить импульс  $p$  и кинетическую энергию  $T$  электрона, движущегося со скоростью  $v = 0,9c$ , где  $c$  - скорость света в вакууме.

**Решение.** Импульсом частицы называется произведение массы частицы на ее скорость:

$$p = mv. \quad (1)$$

Так как скорость электрона близка к скорости света, то необходимо учесть зависимость массы от скорости, определяемую по формуле

$$m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (2)$$

где  $m$  - масса движущейся частицы;  $m_0$  - масса покоящейся частицы;  $\beta = v/c$  - скорость частицы, выраженная в долях скорости света.

Заменив в формуле (1) массу  $m$  ее выражением (2) и приняв во внимание, что  $v = c\beta$ , получим выражение для релятивистского импульса:

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \beta c = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \beta c. \quad (3)$$

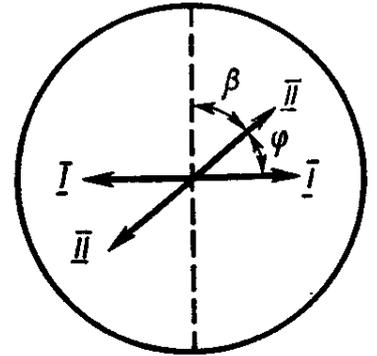


Рис. 63

Произведем вычисления:

$$p = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1-0,81}} 0,9 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

В релятивистской механике кинетическая энергия  $T$  частицы определяется как разность между полной энергией  $E$  и энергией покоя  $E_0$  этой частицы, т.е.  $T = E - E_0$ .

Так как  $E = mc^2$  и  $E_0 = m_0c^2$ , то, учитывая зависимость массы от скорости, получаем  $T = m_0c^2/\sqrt{1-\beta^2} - m_0c^2$  или

$$T = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (4)$$

Произведем вычисления:

$$T = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1-0,81}} - 1 \right) \text{ Дж} = 8,18 \cdot 10^{-14} \cdot (2,29 - 1) \text{ Дж} = 1,06 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

Так как во внесистемных единицах  $m_0c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$ , то вычисления упрощаются:

$$T = 0,51 \cdot 1,29 \text{ МэВ} = 0,66 \text{ МэВ}.$$

**Пример 8.** Определить релятивистский импульс электрона, обладающего кинетической энергией  $T = 5 \text{ МэВ}$ .

**Решение.** Решение задачи сводится установлению соотношения между релятивистским импульсом  $p$  частицы и ее кинетической энергией  $T$ .

Сначала установим связь между релятивистским импульсом и полной энергией частицы. Полная энергия  $E$  частицы прямо пропорциональна ее массе, т.е.

$$E = mc^2 \quad (1)$$

Зависимость массы от скорости определяется формулой

$$m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}. \quad (2)$$

Заменив массу  $m$  в формуле (1) ее выражением (2) и приняв во внимание, что  $m_0c^2 = E_0$ , получим

$$E = E_0/\sqrt{1-\beta^2}. \quad (3)$$

Возведя обе части равенства (3) в квадрат, найдем  $E^2 = E_0^2/(1-\beta^2)$ , откуда

$$E^2 - (\beta E)^2 = E_0^2. \quad (4)$$

Очевидно, что

$$\beta E = (v/c)mc^2 = mv = pc.$$

Поэтому равенство (4) можно переписать в виде  $E^2 - p^2c^2 = E_0^2$ , откуда релятивистский импульс

$$p = (1/c)\sqrt{E^2 - E_0^2} = (1/c)\sqrt{(E - E_0)(E + E_0)}.$$

Разность между полной энергией и энергией покоя есть кинетическая энергия  $T$  частицы:  $E - E_0 = T$ . Легко убедиться, что  $E + E_0 = T + 2E_0$ , поэтому искомая связь между импульсом и кинетической энергией релятивистской частицы выразится формулой

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T + 2E_0)}.$$

Вычисления удобно провести в два приема: сначала найти числовое значение радикала во внесистемных единицах, а затем перейти к вычислению в единицах СИ. Таким образом

$$p = \frac{\sqrt{T(T + 2E_0)}}{c} = \frac{\sqrt{5(5 + 2 \cdot 0,51)}}{c} \text{ МэВ} = \frac{5,5}{c} \text{ МэВ} = \frac{5,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{3 \cdot 10^8} \text{ Дж} = 2,93 \cdot 10^{-21} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

**Пример 9.** Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела,  $\lambda_0 = 0,58$  мкм. Определить энергетическую светимость (излучательность)  $R_e$  поверхности тела.

**Решение.** Энергетическая светимость  $R_e$  абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана-Больцмана пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры и выражается формулой

$$R_e = \sigma T^4, \quad (1)$$

где  $\sigma$  - постоянная Стефана-Больцмана;  $T$  - термодинамическая температура.

Температуру  $T$  можно вычислить с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_0 = b/T \quad (2)$$

где  $b$  - постоянная закона смещения Вина.

Используя формулы (2) и (1), получаем

$$R_e = \sigma(b/\lambda_0)^4. \quad (3)$$

Произведем вычисления:

$$R_e = 5,67 \cdot 10^{-8} \left( \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{5,8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 \text{ Вт/м}^2 = 3,54 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2 = 35,4 \text{ МВт/м}^2.$$

**Пример 10.** Определить максимальную скорость  $v_{\max}$  фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны  $\lambda_1 = 0,155$  мкм; 2)  $\gamma$ -излучением с длиной волны  $\lambda_2 = 1$  пм.

**Решение.** Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + T_{\max}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  - энергия фотонов, падающих на поверхность металла;  $A$  - работа выхода;  $T_{\max}$  - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона вычисляется также по формуле

$$\varepsilon = hc/\lambda, \quad (2)$$

где  $h$  - постоянная Планка;  $c$  - скорость света в вакууме;  $\lambda$  - длина волны.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена или по классической формуле

$$T = m_0 v^2/2, \quad (3)$$

или по релятивистской формуле

$$T = E_0(1/\sqrt{1-\beta^2} - 1) \quad (4)$$

в зависимости от того, какая скорость сообщается фотоэлектрону. Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия  $\varepsilon$  фотона много меньше энергии покоя  $E_0$  электрона, то может быть применена формула (3), если же  $\varepsilon$  сравнима по величине с  $E_0$ , то вычисление по формуле (3) приводит к ошибке, поэтому нужно пользоваться формулой (4).

1. Вычислим энергию фотона ультрафиолетового излучения по формуле (2):

$$\varepsilon_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-7}} \text{ Дж} = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж},$$

или

$$\varepsilon_1 = \frac{1,28 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ} = 8 \text{ эВ}.$$

Полученная энергия фотона (8 эВ) много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (3):

$$\varepsilon_1 = A + m_0 v_{\max}^2 / 2,$$

откуда

$$v_{\max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A) / m_0}. \quad (5)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу скорости. Для этого в правую часть формулы (5) вместо символов величин подставим обозначения единиц:

$$\left( \frac{[\varepsilon_1 - A]}{[m_0]} \right)^{1/2} = \left( \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}} \right)^{1/2} = \left( \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{1 \text{ кг}} \right)^{1/2} = 1 \text{ м/с}.$$

Найденная единица является единицей скорости.

Подставив значения величин в формулу (5), найдем

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2(1,28 \cdot 10^{-18} - 0,75 \cdot 10^{-18})}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \text{ м/с} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

2. Вычислим энергию фотона  $\gamma$ -излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-12}} \text{ Дж} = 1,99 \cdot 10^{-13} \text{ Дж},$$

или во внесистемных единицах

$$\varepsilon_2 = \frac{1,99 \cdot 10^{-13}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ} = 1,24 \cdot 10^6 \text{ эВ} = 1,24 \text{ МэВ}.$$

Работа выхода электрона ( $A = 4,7$  эВ) пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона ( $\varepsilon_2 = 1,24$  МэВ) поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона:  $T_{\max} = \varepsilon_2 = 1,24$  МэВ. Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя, то для вычисления скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии (4). Из этой формулы найдем

$$\beta = \sqrt{(2E_0 + T)T / (E_0 + T)}.$$

Заметив, что  $v = c\beta$  и  $T_{\max} = \varepsilon_2$ , получим

$$v_{\max} = c \sqrt{(2E_0 + \varepsilon_2)\varepsilon_2 / (E_0 + \varepsilon_2)}.$$

Произведем вычисления\*:

$$v_{\max} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{(2 \cdot 0,51 + 1,24) \cdot 1,24}{0,51 + 1,24}} \text{ м/с} = 2,85 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

\* Энергии  $E_0$  и  $\varepsilon_2$  входят в формулу в виде отношения, поэтому их можно не выражать в единицах СИ.

**Пример 11.** В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол  $\vartheta = 90^\circ$ . Энергия рассеянного фотона  $\varepsilon_2 = 0,4$  МэВ. Определить энергию фотона  $\varepsilon_1$  до рассеяния.

**Решение.** Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона:

$$\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (1)$$

где  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  - изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроном;  $h$  - постоянная Планка;  $m_0$  - масса покоя электрона;  $c$  - скорость света в вакууме;  $\vartheta$  - угол рассеяния фотона.

Преобразуем формулу (1): 1) заменим в ней  $\Delta\lambda$  на  $\lambda_2 - \lambda_1$ ; 2) выразим длины волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  через энергии  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  соответствующих фотонов, воспользовавшись формулой  $\varepsilon = hc/\lambda$ ; 3) умножим числитель и знаменатель правой части формулы на  $c$ . Тогда

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} = \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0 c^2} 2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

Сократим на  $hc$  и выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon_2 2 \sin^2(\vartheta/2)} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_2 \sin^2(\vartheta/2)}, \quad (2)$$

где  $E_0 = m_0 c^2$  - энергия покоя электрона.

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Так как для электрона  $E_0 = 0,511$  МэВ, то

$$\varepsilon_1 = \frac{0,4 \cdot 0,511}{0,511 - 2 \cdot 0,4 \sin^2(90^\circ/2)} \text{ МэВ} = 1,85 \text{ МэВ}.$$

**Пример 12.** Пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 663$  нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения  $\Phi_e = 0,6$  Вт. Определить: 1) силу давления  $F$ , испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов ежесекундно падающих на поверхность.

**Решение.** 1. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления  $p$  на площадь  $S$  поверхности:

$$F = pS \quad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$p = E_e(\rho + 1)/c, \quad (2)$$

где  $E_e$  - энергетическая освещенность;  $c$  - скорость света в вакууме;  $\rho$  - коэффициент отражения.

Подставляя правую часть выражения (2) в формулу (1), получаем

$$F = E_e S(\rho + 1)/c. \quad (3)$$

Так как  $E_e S$  представляет собой поток излучения  $\Phi_e$  то

$$F = \Phi_e(\rho + 1)/c. \quad (4)$$

Произведем вычисления, учитывая, что для зеркальной поверхности  $\rho = 1$ :

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8} (1 + 1) \text{ Н} = 4 \text{ нН}.$$

2. Произведение энергии  $\varepsilon$  одного фотона на число фотонов  $n_1$ , ежесекундно падающих на поверхность, равно мощности излучения, т.е. потоку излучения:  $\Phi_e = \varepsilon n_1$ , а так как энергия фотона  $\varepsilon = hc/\lambda$ , то

$$\Phi_e = hcn_1/\lambda,$$

откуда

$$n_1 = \Phi_e \lambda / (hc) \quad (5)$$

Произведем вычисления:

$$n_1 = \frac{0,6 \cdot 6,63 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \text{ с}^{-1} = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}.$$

### Задачи для самостоятельного решения

1. На пути пучка света поставлена стеклянная пластина толщиной  $d = 1$  мм так, что угол падения луча  $i_1 = 30^\circ$ . На сколько изменится оптическая длина пути светового пучка? [550 мкм].

2. На мыльную пленку с показателем преломления  $n = 1,33$  падает по нормали монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова наименьшая возможная толщина  $d_{\min}$  пленки? [0,113 мкм].

3. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете  $r_2 = 0,4$  мм. Определить радиус  $R$  кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 0,64$  мкм. [125 мм].

4. На пластину с щелью, ширина которой  $a = 0,05$  мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,7$  мкм. Определить угол  $\varphi$  отклонения лучей, соответствующий первому дифракционному максимуму. [ $1^\circ 12'$ ].

5. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол  $\varphi_1 = 30^\circ$ . На какой угол  $\varphi_2$  отклоняет она спектр четвертого порядка? [ $41^\circ 50'$ ].

6. Угол преломления луча в жидкости  $i_2 = 35^\circ$ . Определить показатель преломления  $n$  жидкости, если известно, что отраженный пучок света максимально поляризован. [1,48].

7. На сколько процентов уменьшается интенсивность света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 10 %? [На 55 %].

8. При какой скорости  $v$  релятивистская масса частицы в  $k = 3$  раза больше массы покоя этой частицы? [ $2,83 \cdot 10^8$  м/с]

9. Определить скорость  $v$  электрона, имеющего кинетическую энергию  $T = 1,53$  МэВ. [ $2,91 \cdot 10^8$  м/с]

10. Электрон движется со скоростью  $v = 0,6c$ , где  $c$  - скорость света в вакууме. Определить релятивистский импульс  $p$  электрона. [ $2,0 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с]

11. Вычислить энергию, излучаемую за время  $t = 1$  мин с площади  $S = 1$  см<sup>2</sup> абсолютно черного тела, температура которого  $T = 1000$  К. [340 Дж].

12. Длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела,  $\lambda_m = 0,6$  мкм. Определить температуру  $T$  тела. [4,82 кК]

13. Определить максимальную спектральную плотность  $(r_{\lambda,T})_{\max}$  энергетической светимости (излучательности), рассчитанную на 1 нм в спектре излучения абсолютно черного тела. Температура тела  $T = 1$  К. [13 Вт/(м<sup>2</sup>·нм)].

14. Определить энергию  $\varepsilon$ , массу  $m$  и импульс  $p$  фотона с длиной волны  $\lambda = 1,24$  нм. [ $1,60 \cdot 10^{-18}$  Дж;  $1,78 \cdot 10^{-33}$  кг;  $5,35 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с].

15. На пластину падает монохроматический свет ( $\lambda = 0,42$  мкм). Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов  $U = 0,95$  В. Определить работу  $A$  выхода электронов с поверхности пластины. [2 эВ].

16. На цинковую пластину падает пучок ультрафиолетового излучения ( $\lambda = 0,2$  мкм). Определить максимальную кинетическую энергию  $T_{\max}$  и максимальную скорость  $v_{\max}$  фотоэлектронов. [2,2 эВ;  $8,8 \cdot 10^5$  м/с].

17. Определить максимальную скорость  $v_{\max}$  фотоэлектрона, вырванного с поверхности металла  $\gamma$ -квантом, энергией  $\varepsilon = 1,53$  МэВ [ $2,91 \cdot 10^8$  м/с].

18. Определить угол  $\vartheta$  рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии  $\Delta\lambda = 3,63$  пм. [ $120^\circ$ ]

19. Фотон с энергией  $\varepsilon_1$ , равной энергии покоя электрона ( $m_0c^2$ ), рассеялся на свободном электроном на угол  $\vartheta = 120^\circ$ . Определить энергию  $\varepsilon_2$  рассеянного фотона и кинетическую энергию  $T$  электрона отдачи (в единицах  $m_0c^2$ ). [ $0,4m_0c^2$ ;  $0,6m_0c^2$ ].

20. Поток энергии, излучаемой электрической лампой,  $\Phi_e = 600$  Вт. На расстоянии  $r = 1$  м от лампы перпендикулярно падающим лучам расположено круглое плоское зеркальце диаметром  $d = 2$  см. Определить силу  $F$  светового давления на зеркальце. Лампу рассматривать как точечный изотропный излучатель. [0,1 нН]

21. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 0,663$  мкм падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление  $p = 0,3$  мкПа. Определить концентрацию  $n$  фотонов в световом пучке. [ $10^{12}$  м $^{-3}$ ]

### Контрольная работа 5

(вариант – две последних цифры шифра)

Вариант	Номера задач (метод. указ. 1987 г.)						Вариант	Номера задач (метод. указ. 1987 г.)					
00	505	518	526	545	552	566	01	507	519	525	542	553	563
02	504	514	524	547	558	562	03	503	516	522	549	551	569
04	502	520	528	546	556	565	05	510	513	530	545	555	566
06	505	512	526	543	557	564	07	501	511	523	544	553	567
08	509	519	525	549	552	563	09	507	517	527	547	554	565
10	504	516	522	546	556	569	11	502	512	521	542	558	566
12	506	520	529	545	555	568	13	510	518	524	544	553	562
14	509	515	523	543	551	565	15	507	511	526	549	552	569
16	501	519	522	546	554	566	17	504	514	527	545	558	564
18	503	520	530	544	557	568	19	510	512	525	543	559	567
20	505	513	529	549	551	562	21	509	515	528	547	556	563
22	507	518	522	545	553	565	23	506	517	521	544	555	564
24	501	511	526	546	560	569	25	510	513	525	542	558	567
26	502	512	523	546	557	568	27	505	518	530	543	551	566
28	507	520	524	545	559	564	29	509	519	528	546	554	565
30	506	517	526	549	553	567	31	503	515	527	542	558	568
32	504	513	521	547	556	562	33	501	512	529	545	555	569
34	502	520	523	543	559	564	35	510	518	530	546	554	567
36	509	517	528	544	551	568	37	505	515	525	547	558	562
38	504	512	524	549	552	565	39	506	513	529	542	560	564
40	502	514	522	546	553	567	41	503	520	526	545	559	569
42	501	519	530	544	551	563	43	509	515	525	549	555	565
44	504	516	523	542	552	562	45	505	513	524	546	558	566

46	507	518	528	543	557	568	47	506	520	529	544	560	563
48	510	515	522	545	553	567	49	503	511	525	549	559	564
50	501	517	527	542	555	562	51	505	518	526	547	552	569
52	509	514	521	543	554	565	53	504	519	524	544	556	566
54	502	516	523	545	551	563	55	507	512	529	549	558	562
56	501	513	527	546	555	569	57	503	517	528	543	553	568
58	505	520	530	544	559	564	59	506	514	526	545	560	566
60	504	512	521	542	551	562	61	502	519	529	547	557	563
62	507	517	524	546	554	568	63	509	516	528	549	553	564
64	501	514	523	543	552	566	65	503	515	522	542	555	569
66	510	520	527	544	556	567	67	502	513	525	546	557	563
68	504	511	530	549	558	568	69	505	519	521	545	559	564
70	501	512	529	542	554	566	71	507	520	528	544	555	567
72	503	516	526	543	560	562	73	506	518	522	547	552	568
74	502	515	530	545	553	564	75	510	511	524	542	551	569
76	509	519	523	546	559	566	77	501	513	521	544	558	563
78	507	518	525	547	560	568	79	503	514	522	545	552	564
80	506	511	530	543	553	569	81	502	512	527	546	557	566
82	505	513	523	549	559	565	83	510	516	528	542	558	567
84	509	518	524	544	555	564	85	503	511	521	547	554	562
86	504	512	525	543	560	563	87	502	514	529	546	556	569
88	507	516	522	549	559	567	89	501	517	528	545	552	564
90	510	513	526	544	553	565	91	506	520	523	543	554	568
92	509	514	521	546	560	562	93	503	518	529	547	557	567
94	505	516	522	549	559	563	95	507	512	525	544	556	564
96	502	517	526	543	551	569	97	510	520	523	542	552	562
98	501	518	528	546	554	566	99	509	513	530	549	560	565

501. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус  $r_3$  третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном, свете с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм равен  $0,82$  мм. Радиус кривизны линзы  $R = 0,5$  м.

502. На тонкую пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 500$  нм. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину  $d_{\min}$  пленки, если показатель преломления материала пленки  $n = 1,4$ .

503. Расстояние  $L$  от щелей до экрана в опыте Юнга равно  $1$  м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной  $\ell = 1$  см укладывается  $N = 10$  темных интерференционных полос. Длина волны  $\lambda = 0,7$  мкм.

504. На стеклянную пластину положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещена монохроматическим светом длиной волны  $\lambda = 500$  нм. Найти радиус  $R$  линзы, если радиус четвертого, темного кольца Ньютона в отраженном свете  $r_4 = 2$  мм.

505. На тонкую глицериновую пленку толщиной  $d = 1,5$  мкм нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн  $\lambda$  лучей видимого участка спектра ( $0,4 \leq \lambda \leq 0,8$  мкм), которые будут ослаблены в результате интерференции.

506. На стеклянную пластину нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления  $n = 1,3$ . Пластинка освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 640$  нм, падающим на пластинку нормально. Какую минимальную толщину  $d_{\min}$  должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость?

507. На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с

длиной волны  $\lambda = 500$  нм. Расстояние между соседними темными, интерференционными полосами в отраженном свете  $b = 0,5$  мм. Определить угол  $\alpha$  между поверхностями клина. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин,  $n = 1,6$ .

508. Плосковыпуклая стеклянная линза с  $f = 1$  м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете  $r_5 = 1,1$  мм. Определить длину световой волны  $\lambda$ .

509. Между двумя плоскопараллельными пластинами на расстоянии  $L = 1,0$  см от границы их соприкосновения находится проволока диаметром  $d = 0,01$  мм, образуя воздушный клин. Пластины освещаются нормально падающим монохроматическим светом ( $\lambda = 0,6$  мкм). Определить ширину  $b$  интерференционных полос, наблюдаемых в отраженном свете.

510. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом ( $\lambda = 590$  нм). Радиус кривизны  $R$  линзы равен 5 см. Определить толщину  $d_3$  воздушного промежутка в том месте, где в отраженном свете наблюдается третье светлое кольцо.

511. Какое наименьшее число  $N_{\min}$  штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть раздельно две желтые линии натрия с длинами волн  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм? Какова длина  $\ell$  такой решетки, если постоянная решетки  $d = 5$  мкм?

512. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в  $n = 4,6$  раза больше длины световой волны. Найти общее число  $M$  дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

513. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок белого света. Спектры третьего и четвертого порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается граница ( $\lambda = 780$  нм) спектра третьего порядка?

514. На дифракционную решетку, содержащую  $n = 600$  штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину  $\ell$  спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана  $L = 1,2$  м. Границы видимого спектра:  $\lambda_{\text{кр}} = 780$  нм,  $\lambda_{\text{ф}} = 400$  нм.

515. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения. Расстояние  $d$  между атомными плоскостями равно 280 пм. Под углом  $\theta = 65^\circ$  к атомной плоскости наблюдается дифракционный максимум первого порядка. Определить длину волны  $\lambda$  рентгеновского излучения.

516. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна ( $\lambda = 600$  нм). Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму,  $\varphi = 20^\circ$ . Определить ширину  $a$  щели.

517. На дифракционную решетку, содержащую  $n = 100$  штрихов на 1 мм, нормально падает монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум второго порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол  $\Delta\varphi = 16^\circ$ . Определить длину волны  $\lambda$  света, падающего на решетку.

518. На дифракционную решетку падает нормально монохроматический свет ( $\lambda = 410$  нм). Угол  $\Delta\varphi$  между направлениями на максимумы первого и второго поряд-

ков равен  $2^{\circ}21'$ . Определить число  $n$  штрихов на 1 мм дифракционной решетки.

519. Постоянная дифракционной решетки в  $n = 4$  раза больше длины световой волны монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол  $\alpha$  между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами.

520. Расстояние между штрихами дифракционной решетки  $d = 4$  мкм. На решетку падает нормально свет с длиной волны  $\lambda = 0,58$  мкм. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

521. Пластинку кварца толщиной  $d = 2$  мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол  $\varphi = 53^{\circ}$ . Какой наименьшей толщины  $d_{\min}$  следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

522. Параллельный пучок света переходит из глицерина в стекло так, что пучок, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол  $\gamma$  между падающим и преломленным пучками.

523. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине  $d_{\min}$  кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено? Постоянная вращения  $\alpha$  кварца равна  $27$  град/мм.

524. При прохождении света через трубку длиной  $\ell_1 = 20$  см, содержащую раствор сахара концентрацией  $C_1 = 10\%$ , плоскость поляризации света повернулась на угол  $\varphi_1 = 13,3^{\circ}$ . В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной  $\ell_2 = 15$  см, плоскость поляризации повернулась на угол  $\varphi_2 = 5,2^{\circ}$ . Определить концентрацию  $C_2$  второго раствора.

525. Пучок света последовательно проходит через два николя, плоскости пропускания которых образуют между собой угол  $\varphi = 40^{\circ}$ . Принимая, что коэффициент поглощения  $k$  каждого николя равен  $0,15$ , найти, во сколько раз пучок света, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с пучком, падающим на первый николь.

526. Угол падения  $\varepsilon$  луча на поверхность стекла равен  $60^{\circ}$ . При этом отраженный пучок света оказался максимально поляризованным. Определить угол  $\varepsilon'_2$  преломления луча.

527. Угол  $\alpha$  между плоскостями пропускания поляроидов равен  $50^{\circ}$ . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в  $n = 8$  раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения  $k$  света в поляроидах.

528. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле падения  $\varepsilon$  отраженный пучок света максимально поляризован?

529. Пучок света переходит из жидкости в стекло. Угол падения  $\varepsilon$  пучка равен  $60^{\circ}$ , угол  $\varepsilon'_2 = 50^{\circ}$ . При каком угле падения  $\varepsilon_v$  пучок света, отраженный от границы раздела этих сред, будет максимально поляризован?

530. Пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину, нижняя поверхность которой находится в воде. При каком угле падения  $\varepsilon_v$  свет, отраженный от границы стекло-вода, будет максимально поляризован?

531. Частица движется со скоростью  $v = c/3$ , где  $c$  - скорость света в вакууме. Какую долю энергии покоя составляет кинетическая энергия частицы?

532. Протон с кинетической энергией  $T = 3$  ГэВ при торможении потерял треть

этой энергии. Определить, во сколько раз изменился релятивистский импульс  $\alpha$ -частицы.

533. При какой скорости  $\beta$  (в долях скорости света) релятивистская масса любой частицы вещества в  $n = 3$  раза больше массы покоя?

534. Определить отношение релятивистского импульса р-электрона с кинетической энергией  $T = 1,53$  МэВ к комптоновскому импульсу  $m_0c$  электрона.

535. Скорость электрона  $v = 0,8c$  (где  $c$  - скорость света в вакууме). Зная энергию покоя электрона в мегаэлектрон-вольтах, определить в тех же единицах кинетическую энергию  $T$  электрона.

536. Протон имеет импульс  $p = 469$  МэВ/с\*. Какую кинетическую энергию необходимо дополнительно сообщить протону, чтобы его релятивистский импульс возрос вдвое?

537. Во сколько раз релятивистская масса  $m$  электрона, обладающего кинетической энергией  $T = 1,53$  МэВ, больше массы покоя  $m_0$ ?

538. Какую скорость  $\beta$  (в долях скорости света) нужно сообщить частице, чтобы ее кинетическая энергия была равна удвоенной энергии покоя?

539. Релятивистский электрон имел импульс  $p_1 = m_0c$ . Определить конечный импульс этого электрона (в единицах  $m_0c$ ), если его энергия увеличилась в  $n = 2$  раза.

540. Релятивистский протон обладал кинетической энергией, равной энергии покоя. Определить, во сколько раз возрастет его кинетическая энергия, если его импульс увеличится в  $n = 2$  раза.

541. Вычислить истинную температуру  $T$  вольфрамовой раскаленной ленты, если радиационный пирометр показывает температуру  $T_{\text{рад}} = 2,5$  кК. Принять, что поглощательная способность для вольфрама не зависит от частоты излучения и равна  $a_i = 0,35$ .

542. Черное тело имеет температуру  $T_1 = 500$  К. Какова будет температура  $T_2$  тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в  $n = 5$  раз?

543. Температура абсолютно черного тела  $T = 2$  кК. Определить длину волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум энергии излучения, и спектральную плотность энергетической светимости (излучательности)  $(r_{\lambda,T})_{\text{max}}$  для этой длины волны.

544. Определить температуру  $T$  и энергетическую светимость (излучательность)  $R_e$  абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны  $\lambda_m = 600$  нм.

545. Из смотрового окошечка печи излучается поток  $\Phi_e = 4$  кДж/мин. Определить температуру  $T$  печи, если площадь окошечка  $S = 8$  см<sup>2</sup>.

546. Поток излучения абсолютно черного тела  $\Phi_e = 10$  кВт. Максимум энергии излучения приходится на длину волны  $\lambda_m = 0,8$  мкм. Определить площадь  $S$  излучающей поверхности.

547. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра ( $\lambda_{m1} = 780$  нм) на фиолетовую ( $\lambda_{m2} = 390$  нм)?

548. Определить поглощательную способность  $a_T$  серого тела, для которого температура, измеренная радиационным пирометром,  $T_{\text{рад}} = 1,4$  кК, тогда как истин-

---

\* 1 МэВ/с – единица импульса:  $1 \text{ МэВ/с} = \frac{1,60 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 5,33 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

ная температура  $T$  тела равна 3,2 кК.

549. Муфельная печь, потребляющая мощность  $P = 1$  кВт, имеет отверстие площадью  $S = 100 \text{ см}^2$ . Определить долю  $\eta$  мощности, рассеиваемой стенками печи, если температура ее внутренней поверхности равна 1 кК.

550. Средняя энергетическая светимость  $R$  поверхности Земли равна 0,54 Дж/(см<sup>2</sup>·мин). Какова должна быть температура  $T$  поверхности Земли, если условно считать, что она излучает как серое тело с коэффициентом черноты  $a_T = 0,25$ ?

551. Красная граница фотоэффекта для цинка  $\lambda_0 = 310$  нм. Определить максимальную кинетическую энергию  $T_{\max}$  фотоэлектронов в электрон-вольтах, если на цинк падает свет с длиной волны  $\lambda = 200$  нм.

552. На поверхность калия падает свет с длиной волны  $\lambda = 150$  нм. Определить максимальную кинетическую энергию  $T_{\max}$  фотоэлектронов.

553. Фотон с энергией  $\varepsilon = 10$  эВ падает на серебряную пластину и вызывает фотоэффект. Определить импульс  $p$ , полученный пластиной, если принять, что направления движения фотона и фотоэлектрона лежат на одной прямой, перпендикулярной поверхности пластин.

554. На фотоэлемент с катодом из лития падает свет с длиной волны  $\lambda = 200$  нм. Найти наименьшее значение задерживающей разности потенциалов  $U_{\min}$ , которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок.

555. Какова должна быть длина волны  $\gamma$ -излучения, гадающего на платиновую пластину, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была  $v_{\max} = 3$  Мм/с?

556. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетового излучения ( $\lambda = 0,25$  мкм). Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов  $U_{\min} = 0,96$  В. Определить работу выхода  $A$  электронов из металла.

557. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,1$  мкм. Красная граница фотоэффекта  $\lambda_0 = 0,3$  мкм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

558. На металл падает рентгеновское излучение с длиной волны  $\lambda = 1$  нм. Пренебрегая работой выхода, определить максимальную скорость  $v_{\max}$  фотоэлектронов.

559. На металлическую пластину направлен монохроматический пучок света с частотой  $\nu = 7,3 \cdot 10^{14}$  Гц. Красная граница  $\lambda_0$  фотоэффекта для данного материала равна 560 нм. Определить максимальную скорость  $v_{\max}$  фотоэлектронов.

560. На цинковую пластину направлен монохроматический пучок света. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов  $U = 1,5$  В. Определить длину волны  $\lambda$  света, падающего на пластину.

561. Фотон при эффекте Комптона на свободном электроне был рассеян на угол  $\vartheta = \pi/2$ . Определить импульс  $p$  (в МэВ/с)\*, приобретенный электроном, если энергия фотона до рассеяния была  $\varepsilon_1 = 1,02$  МэВ.

562. Рентгеновское излучение ( $\lambda = 1$  нм) рассеивается электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны  $\lambda_{\max}$  рентгеновского излучения в рассеянном пучке.

563. Какая доля энергии фотона приходится при эффекте Комптона на электрон отдачи, если рассеяние фотона происходит на угол  $\vartheta = \pi/2$ ? Энергия фотона до рассе-

\* См. сноску на с.18.

яния  $\varepsilon_1 = 0,51$  МэВ.

564. Определить максимальное изменение длины волны  $(\Delta\lambda)_{\max}$  при комптоновском рассеянии света на свободных электронах и свободных протонах.

565. Фотон с длиной волны  $\lambda_1 = 15$  пм рассеялся на свободном электро-не. Длина волны рассеянного фотона  $\lambda_2 = 16$  пм. Определить угол  $\vartheta$  рассеяния.

566. Фотон с энергией  $\varepsilon_1 = 0,51$  МэВ был рассеян при эффекте Комптона на свободном электро-не на угол  $\vartheta = 180^\circ$ . Определить кинетическую энергию  $T$  электро-на отдачи.

567. В результате эффекта Комптона фотон с энергией  $\varepsilon_1 = 1,02$  МэВ рассеян на свободных электро-нах на угол  $\vartheta = 150^\circ$ . Определить энергию  $\varepsilon_2$  рассеянного фотона.

568. Определить угол  $\vartheta$ , на который был рассеян квант с энергией  $\varepsilon_1 = 1,53$  МэВ при эффекте Комптона, если кинетическая энергия электро-на отдачи  $T = 0,51$  МэВ.

569. Фотон с энергией  $\varepsilon_1 = 0,51$  МэВ при рассеянии на свободном электро-не потерял половину своей энергии. Определить угол рассеяния  $\vartheta$ .

570. Определить импульс  $p_e$  электро-на отдачи, если фотон с энергией  $\varepsilon_1 = 1,53$  МэВ в результате рассеяния на свободном электро-не потерял  $1/3$  своей энергии.

571. Определить энергетическую освещенность (облученность)  $E_e$  зеркальной поверхности, если давление  $p$ , производимое излучением, равно  $40$  мкПа. Излучение падает нормально к поверхности.

572. Давление  $p$  света с длиной волны  $\lambda = 40$  нм, падающего нормально на черную поверхность, равно  $2$  нПа. Определить число  $N$  фотонов, падающих за время  $t = 10$  с на площадь  $S = 1$  мм<sup>2</sup> этой поверхности.

573. Определить коэффициент отражения  $\rho$  поверхности, если при энергетической освещенности  $E_e = 120$  Вт/м<sup>2</sup> давление  $p$  света на нее оказалось равным  $0,5$  мкПа.

574. Давление света, производимое на зеркальную поверхность,  $p = 5$  мПа. Определить концентрацию  $n_0$  фотонов вблизи поверхности, если длина волны света, падающего на поверхность,  $\lambda = 0,5$  мкм.

575. На расстоянии  $r = 5$  м от точечного монохроматического ( $\lambda = 0,5$  мкм) изотропного источника расположена площадка ( $S = 8$  мм<sup>2</sup>) перпендикулярно падающим пучкам. Определить число  $N$  фотонов, ежесекундно падающих на площадку. Мощность излучения  $P = 100$  Вт.

576. На зеркальную поверхность под углом  $\alpha = 60^\circ$  к нормали падает пучок монохроматического света ( $\lambda = 590$  нм). Плотность потока энергии светового пучка  $\varphi = 1$  кВт/м<sup>2</sup>. Определить давление  $p$ , производимое светом на зеркальную поверхность.

577. Свет падает нормально на зеркальную поверхность, находящуюся, на расстоянии  $r = 10$  см от точечного изотропного излучателя. При какой мощности  $P$  излучателя давление  $p$  на зеркальную поверхность будет равным  $1$  мПа?

578. Свет с длиной волны  $\lambda = 600$  нм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление  $p = 4$  мкПа. Определить число  $N$  фотонов, падающих за время  $t = 10$  с на площадь  $S = 1$  мм<sup>2</sup> этой поверхности.

579. На зеркальную поверхность площадью  $S = 6$  см<sup>2</sup> падает нормально поток излучения  $\Phi_e = 0,8$  Вт. Определить давление  $p$  и силу давления  $F$  света на эту поверхность.

580. Точечный источник монохроматического ( $\lambda = 1 \text{ нм}$ ) излучения находится в центре сферической зачерненной колбы радиусом  $R = 10 \text{ см}$ . Определить световое давление  $p$ , производимое на внутреннюю поверхность колбы, если мощность источника  $P = 1 \text{ кВт}$ .

## 6. ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ И КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

### Основные формулы

**Боровская теория водородоподобного атома.** Момент импульса электрона (второй постулат Бора)

$$L_n = \hbar n, \text{ или } m v_n r_n = \hbar n,$$

где  $m$  - масса электрона;  $v_n$  - скорость электрона на  $n$ -й орбите,  $r_n$  - радиус  $n$ -й стационарной орбиты;  $\hbar$  - постоянная Планка;  $n$  - главное квантовое число ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Радиус  $n$ -й стационарной орбиты

$$r_n = a_0 n^2,$$

где  $a_0$  - первый боровский радиус.

Энергия электрона в атоме водорода

$$E_n = E_i / n^2,$$

где  $E_i$  - энергия ионизации атома водорода.

Энергия, излучаемая или поглощаемая атомом водорода,

$$\varepsilon = \hbar \omega = E_{n_2} - E_{n_1}$$

или

$$\varepsilon = E_i (1/n_1^2 - 1/n_2^2),$$

где  $n_1$  и  $n_2$  - квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням, между которыми совершается переход электрона в атоме.

Спектроскопическое волновое число

$$\tilde{\nu} = 1/\lambda = R(1/n_1^2 - 1/n_2^2),$$

где  $\lambda$  - длина волны излучения или поглощения атомом;  $R$  - постоянная Ридберга.

**Волновые свойства частиц.** Длина волны де Бройля

$$\lambda = 2\pi\hbar/p,$$

где  $p$  - импульс частицы.

Импульс частицы и его связь с кинетической энергией  $T$ :

$$\text{а) } p = m_0 v; p = \sqrt{2m_0 T};$$

$$\text{б) } p = m v = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T},$$

где  $m_0$  - масса покоя частицы;  $m$  - релятивистская масса;  $v$  - скорость частицы;  $c$  - скорость света в вакууме;  $E_0$  - энергия покоя частицы ( $E_0 = m_0 c^2$ ). Соотношение определенностей:

$$\text{а) } \Delta p_x \Delta x \geq \hbar \text{ (для координаты и импульса),}$$

где  $\Delta p_x$  - неопределенность проекции импульса на ось  $X$ ;  $\Delta x$  - неопределенность координаты;

$$\text{б) } \Delta E \Delta t \geq \hbar \text{ (для энергии и времени),}$$

где  $\Delta E$  - неопределенность энергии;  $\Delta t$  - время жизни квантовой системы в данном

энергетическом состоянии.

Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi(x) = 0,$$

где  $\psi(x)$  - волновая функция, описывающая состояние частицы;  $m$  - масса частицы;  $E$  - полная энергия;  $U = U(x)$  - потенциальная энергия частицы.

Плотность вероятности

$$\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2,$$

где  $d\omega(x)$  - вероятность того, что частица может быть обнаружена вблизи точки с координатой  $x$  на участке  $dx$ .

Вероятность обнаружения частицы в интервале от  $x_1$  до  $x_2$

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

Решение уравнения Шредингера для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика:

а)  $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \sin \frac{\pi n}{\ell} x$  (собственная нормированная волновая функция);

б)  $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2m\ell^2}$  (собственное значение энергии),

где  $n$  - квантовое число ( $n = 1, 2, 3, \dots$ );  $\ell$  - ширина ящика. В области  $0 \leq x \leq \ell$   $U = \infty$  и  $\psi(x) = 0$ .

**Атомное ядро. Радиоактивность.** Массовое число ядра число нуклонов в ядре)

$$A = Z + N$$

где  $Z$  - зарядовое число (число протонов);  $N$  - число нейтронов.

Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt, \text{ или } N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $dN$  - число ядер, распадающихся за интервал времени  $dt$ ;  $N$  - число ядер, не распавшихся к моменту времени  $t$ ;  $N_0$  - число ядер в начальный момент ( $t = 0$ );  $\lambda$  - постоянная радиоактивного распада.

Число ядер, распавшихся за время  $t$ ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

В случае, если интервал времени  $\Delta t$ , за который определяется число распавшихся ядер, много меньше периода полураспада  $T_{1/2}$ , то число распавшихся ядер можно определить по формуле

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

Зависимость периода полураспада от постоянной радиоактивного распада

$$T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda = 0,693/\lambda.$$

Среднее время  $t$  жизни радиоактивного ядра, т.е. интервал времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в  $e$  раз.

$$\tau = 1/\lambda.$$

Число  $N$  атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = mN_A/M,$$

где  $m$  - масса изотопа,  $M$  - молярная масса,  $N_A$  - постоянная Авогадро.

Активность  $A$  радиоактивного изотопа

$$A = -dN/dt = \lambda N, \text{ или } A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где  $dN$  - число ядер, распадающихся за интервал времени  $dt$ ;  $A_0$  - активность изотопа в начальный момент времени.

Удельная активность изотопа

$$a = A/m.$$

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}},$$

где  $Z$  - зарядовое число (число протонов в ядре);  $A$  - массовое число (число нуклонов в ядре);  $(A - Z)$  - число нейтронов в ядре;  $m_p$  - масса протона;  $m_n$  - масса нейтрона;  $m_{\text{я}}$  - масса ядра.

Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta m c^2,$$

где  $\Delta m$  - дефект массы ядра;  $c$  - скорость света в вакууме.

Во внесистемных единицах энергия связи ядра равна  $E_{\text{св}} = 931\Delta m$ , где дефект массы  $\Delta m$  - в а.е.м.; 931 - коэффициент пропорциональности (1 а.е.м.  $\sim$  931 МэВ).

**Теплоемкость кристалла.** Средняя энергия квантового одномерного осциллятора

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/(kT)} - 1},$$

где  $\varepsilon_0$  - нулевая энергия ( $\varepsilon_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$ );  $\hbar$  - постоянная Планка;  $\omega$  - круговая частота колебаний осциллятора;  $k$  - постоянная Больцмана;  $T$  - термодинамическая температура.

Молярная внутренняя энергия системы, состоящей из невзаимодействующих квантовых осцилляторов,

$$U_m = U_{\text{om}} + 3R\Theta_E/(e^{\Theta_E/T} - 1).$$

где  $R$  - молярная газовая постоянная;  $\Theta_E = \hbar\omega/k$  - характеристическая температура Эйнштейна;  $U_{\text{om}} = \frac{2}{3}R\Theta$  - молярная нулевая энергия (по Эйнштейну).

Молярная теплоемкость кристаллического твердого тела в области низких температур (предельный закон Дебая)

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^3 = 234 \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad (T \ll \Theta_D).$$

Теплота, необходимая для нагревания тела,

$$Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_m dT,$$

где  $m$  - масса тела;  $M$  - молярная масса;  $T_1$  и  $T_2$  - начальная и конечная температуры тела.

**Элементы квантовой статистики.** Распределение свободных электронов в металле по энергиям при 0 К

$$dn(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon,$$

где  $dn(\varepsilon)$  - концентрация электронов, энергия которых заключена в пределах от  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$ ,  $m$  - масса электрона. Это выражение справедливо при  $\varepsilon < \varepsilon_F$  (где  $\varepsilon_F$  - энергия

или уровень Ферми).

Энергия Ферми в металле при  $T = 0$  К

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3},$$

где  $n$  - концентрация электронов в металле.

**Полупроводники.** Удельная проводимость собственных полупроводников

$$\gamma = \gamma_0 \exp(-\Delta E/2kT),$$

где  $\Delta E$  - ширина запрещенной зоны;  $\gamma_0$  - константа.

Сила тока в р-п-переходе

$$I = I_0 [\exp(eU/kT) - 1],$$

где  $I_0$  - предельное значение силы обратного тока;  $U$  - внешнее напряжение, приложенное к р-п-переходу.

**Контактные и термоэлектрические явления.** Внутренняя контактная разность потенциалов

$$U_{12} = \frac{\varepsilon_{F_1} - \varepsilon_{F_2}}{e},$$

где  $\varepsilon_{F_1}$  и  $\varepsilon_{F_2}$  - энергия Ферми соответственно для первого и второго металлов;  $e$  - заряд электрона.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию испущенного при этом фотона.

**Решение.** Для определения энергии фотона воспользуемся серийной формулой для водородоподобных ионов:

$$1/\lambda = RZ^2(1/n_1^2 - 1/n_2^2), \quad (1)$$

где  $\lambda$  - длина волны фотона;  $R$  - постоянная Ридберга;  $Z$  - заряд ядра в относительных единицах (при  $Z = 1$  формула переходит в серийную формулу для водорода);  $n_1$  - номер орбиты, на которую перешел электрон,  $n_2$  - номер орбиты, с которой перешел электрон ( $n_1$  и  $n_2$  главные квантовые числа).

Энергия фотона  $\varepsilon$  выражается формулой

$$\varepsilon = hc/\lambda.$$

Поэтому, умножив обе части равенства (1) на  $hc$ , получим выражение для энергии фотона:

$$\varepsilon = RhcZ^2(1/n_1^2 - 1/n_2^2),$$

Так как  $Rhc$  есть энергия ионизации  $E_1$  атома водорода, то

$$\varepsilon = E_1 Z^2 (1/n_1^2 - 1/n_2^2).$$

Вычисления выполним во внесистемных единицах:  $E_1 = 13,6$  эВ см. табл.1 Приложения);  $Z = 1$ ;  $n_1 = 2$ ;  $n_2 = 4$

$$\varepsilon = 13,6 \cdot 1^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) \text{эВ} = 13,6 \cdot 3/16 \text{эВ} = 2,55 \text{эВ}.$$

**Пример 2.** Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов  $U$ . Найти длину волны де Бройля электрона для

двух случаев: 1)  $U_1 = 51 \text{ В}$ ; 2)  $U_2 = 510 \text{ кВ}$ .

Решение. Длина волны де Бройля для частицы зависит от ее импульса  $p$  и определяется формулой

$$\lambda = h/p, \quad (1)$$

где  $h$  - постоянная Планка.

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия  $T$ . Связь импульса с кинетической энергией различна для не релятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя) и для релятивистского случая (когда кинетическая энергия сравнима с энергией покоя частицы).

В нерелятивистском случае

$$p = \sqrt{2m_0 T}, \quad (2)$$

где  $m_0$  - масса покоя частицы.

В релятивистском случае

$$p = \sqrt{(2E_0 + T)T} / c, \quad (3)$$

где  $E_0 = m_0 c^2$  - энергия покоя частицы.

Формула (1) с учетом соотношений (2) и (3) запишется:

в нерелятивистском случае

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 T}}, \quad (4)$$

в релятивистском случае

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{(2E_0 + T)T} / c}. \quad (5)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов  $U_1 = 51 \text{ В}$  и  $U_2 = 510 \text{ кВ}$ , с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим, какую из формул (4) или (5) следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U$ ,

$$T = eU.$$

В первом случае  $T_1 = eU = 51 \text{ эВ} = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ}$ , что много меньше энергии покоя электрона  $E_0 = m_0 c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$ . Следовательно, в этом случае можно применить формулу (4). Для упрощения расчетов заметим, что  $T_1 = 10^{-4} m_0 c^2$ . Подставив это выражение в формулу (4), перепишем ее в виде

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} \cdot m_0 c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{h}{m_0 c}.$$

Учитывая, что  $h/m_0 c$  есть комптоновская длина волны  $\Lambda$ , получаем

$$\lambda_1 = 10^2 \Lambda / \sqrt{2}.$$

Так как  $\Lambda = 2,43 \text{ пм}$  (см. табл.1 Приложения), то

$$\lambda_1 = 10^2 \cdot 2,43 / \sqrt{2} \text{ пм} = 171 \text{ пм}.$$

Во втором случае кинетическая энергия  $T_2 = eU_2 = 510 \text{ кэВ} = 0,51 \text{ МэВ}$ , т.е. равна энергии покоя электрона. В этом случае необходимо применить релятивистскую формулу (5). Учитывая, что  $T_2 = 0,51 \text{ МэВ} = m_0 c^2$ , по формуле (5) находим

$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2)m_0c^2/c}} = \frac{h}{\sqrt{3}m_0c},$$

или

$$\lambda_2 = \Lambda/\sqrt{3}.$$

Подставим значение  $\Lambda$  и произведем вычисления:

$$\lambda_2 = 2,43/\sqrt{3} \text{ пм} = 1,40 \text{ пм}.$$

**Пример 3.** Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка  $T = 10$  эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

**Решение.** Соотношение неопределенностей для координаты и импульса имеет вид

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad (1)$$

где  $\Delta x$  - неопределенность координаты частицы (в данном случае электрона);  $\Delta p_x$  - неопределенность импульса частицы (электрона);  $\hbar$  - постоянная Планка.

Из соотношения неопределенностей следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а, следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры  $\ell$ , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью

$$\Delta x = \ell/2.$$

Соотношение неопределенностей (1) можно записать в этом случае в виде

$$(\ell/2)\Delta p_x \geq \hbar,$$

откуда

$$\ell \geq 2\hbar/\Delta p_x. \quad (2)$$

Физически разумная неопределенность импульса  $\Delta p_x$ , во всяком случае не должна превышать значения самого импульса  $p_x$ , т.е.  $\Delta p_x \leq p_x$ . Импульс  $p_x$  связан с кинетической энергией  $T$  соотношением  $p_x = \sqrt{2mT}$ . Заменим  $\Delta p_x$  значением  $\sqrt{2mT}$  (такая замена не увеличит  $\ell$ ). Переходя от неравенства к равенству, получим

$$\ell_{\min} = 2\hbar/\sqrt{2mT}. \quad (3)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу длины. Для этого в правую часть формулы (3) вместо символов величин подставим обозначения их единиц:

$$\frac{|\hbar|}{(|m| \cdot |T|)^{1/2}} = \frac{1 \text{ Дж} \cdot \text{с}}{(1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ Дж})^{1/2}} = \left(\frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}\right)^{1/2} \cdot 1 \text{ с} = \left(\frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{1 \text{ кг}}\right)^{1/2} \cdot 1 \text{ с} = 1 \text{ м}.$$

Найденная единица является единицей длины.

Произведем вычисления:

$$\ell_{\min} = \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10} \text{ м} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 124 \text{ нм}.$$

**Пример 4.** Волновая функция  $\psi(x) = \sqrt{2/\ell} \sin \frac{\pi}{\ell} x$  описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной  $\ell$ . Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале  $\Delta \ell = 0,01\ell$  в двух случаях: 1 (вблизи

стенки) ( $0 \leq x \leq \Delta l$ ); 2) в средней части ящика ( $\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}$ ).

Решение. Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале  $dx$  (от  $x$  до  $x + dx$ ), пропорциональна этому интервалу и квадрату модуля волновой функции, описывающей данное состояние, равна

$$d\omega = |\psi(x)|^2 dx.$$

В первом случае искомая вероятность найдется интегрированием в пределах от 0 до  $0,01l$  (рис.64);

$$\omega = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \sin^2 \frac{\pi}{l} x dx. \quad (1)$$

Знак модуля опущен, так как  $\psi$  - функция в данном случае не является комплексной.

Так как  $x$  изменяется в интервале  $0 \leq x \leq 0,01l$  и, следовательно  $\pi x/l \ll 1$ , справедливо приближенное равенство

$$\sin^2 \frac{\pi}{l} x \approx \left( \frac{\pi}{l} x \right)^2.$$

С учетом этого выражение (1) примет вид

$$\omega = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \left( \frac{\pi}{l} x \right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3} \int_0^{0,01l} x^2 dx.$$

После интегрирования получим

$$\omega = \frac{2}{3} \pi^2 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-6}.$$

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля волновой функции вблизи ее максимума в заданном малом интервале ( $\Delta l = 0,01l$ ) практически не изменяется. Искомая вероятность во втором случае определяется выражением

$$\omega = |\psi(l/2)|^2 \Delta l,$$

или

$$\omega = \frac{2}{l} \left( \sin \frac{\pi}{l} \cdot \frac{l}{2} \right)^2 \Delta l = \frac{2}{l} \cdot 0,01l.$$

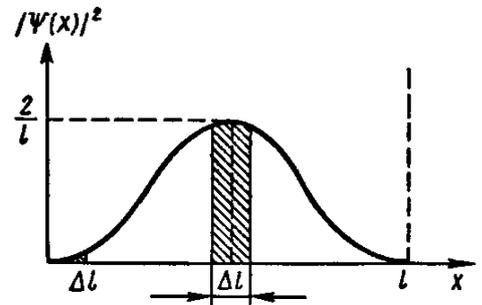


Рис. 64

**Пример 5.** Вычислить дефект массы и энергию связи ядра  ${}^7_3\text{Li}$ .

Решение. Масса ядра всегда меньше суммы масс свободных (находящихся вне ядра) протонов и нейтронов, из которых ядро образовалось. Дефект, массы ядра  $\Delta m$  и есть разность между суммой масс свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массой ядра, т.е.

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} \quad (1)$$

где  $Z$  - атомный номер (число протонов в ядре);  $A$  - массовое число (число нуклонов, составляющих ядро);  $m_p$ ,  $m_n$ ,  $m_{\text{я}}$  - соответственно массы протона, нейтрона и ядра.

В справочных таблицах всегда даются массы нейтральных атомов, но не ядер, поэтому формулу (1) целесообразно преобразовать так, чтобы в нее входила масса  $m_{\text{я}}$  нейтрального атома. Можно считать, что масса нейтрального атома равна сумме масс

ядра и электронов, составляющих электронную оболочку атома:  $m_a = m_{\text{я}} + Zm_e$ , откуда

$$m_{\text{я}} = m_a - Zm_e. \quad (2)$$

Выразив в равенстве (1) массу ядра по формуле (2), получаем  $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_a + Zm_e$ , или

$$\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a.$$

Замечая, что  $m_p + m_e = m_H$ , где  $m_H$  - масса атома водорода, окончательно находим

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_a. \quad (3)$$

Подставив в выражение (3) числовые значения масс (см. табл.15 и 17 Приложения), получим

$$\Delta m = [3 \cdot 1,00783 + (7 - 3) \cdot 1,00867 - 7 \cdot 0,1601] \text{ а.е.м} = 0,04216 \text{ а.е.м.}$$

В соответствии с законом пропорциональности массы и энергии

$$E = c^2 \Delta m, \quad (4)$$

где  $c$  - скорость света в вакууме.

Коэффициент пропорциональности  $c^2$  может быть выражен двояко.

$$c^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2, \text{ или } c^2 = \Delta E / \Delta m = 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж/кг.}$$

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то  $c^2 = 931 \text{ МэВ/а.е.м.}$  С учетом этого формула (4) примет вид

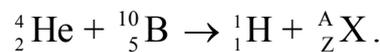
$$E = 931 \Delta m \text{ (МэВ)} \quad (5)$$

Подставив найденное значение дефекта массы ядра в формулу (5), получим

$$E = 931 \cdot 0,04216 \text{ МэВ} = 39,2 \text{ МэВ.}$$

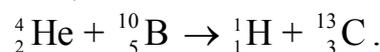
*Примечание.* Термин «дефект массы» часто применяют в другом смысле: дефектом массы  $\Delta$  называют разность между массой нейтрального атома данного изотопа и его массовым числом  $A$ :  $\Delta = m_a - A$ . Эта величина особого физического смысла не имеет, но ее использование позволяет в ряде случаев значительно упростить вычисления. В настоящем пособии всюду имеется в виду дефект массы  $\Delta m$ , определяемый формулой (1).

**Пример 6.** При соударении  $\alpha$ -частицы с ядром бора  ${}_{5}^{10}\text{B}$  произошла ядерная реакция, в результате которой образовалось два новых ядра. Одним из этих ядер было ядро атома водорода  ${}_{1}^1\text{H}$ . Определить порядковый номер и массовое число второго ядра, дать символическую запись ядерной реакции и определить ее энергетический эффект. **Решение.** Обозначим неизвестное ядро символом  ${}_{Z}^A\text{X}$ . Так как  $\alpha$ -частица представляет собой ядро гелия  ${}_{2}^4\text{He}$ , запись реакции имеет вид



Применив закон сохранения числа нуклонов, получим уравнение  $4 + 10 = 1 + A$ , откуда  $A = 13$ . Применив закон сохранения заряда, получим уравнение  $2 + 5 = 1 + Z$ , откуда  $Z = 6$ . Следовательно, неизвестное ядро является ядром атома изотопа углерода  ${}_{3}^{13}\text{C}$ .

Теперь можем записать реакцию в окончательном виде



Энергетический эффект  $Q$  ядерной реакции определяется по формуле

$$Q = 931[(m_{\text{He}} + m_{\text{B}}) - (m_{\text{H}} + m_{\text{C}})].$$

Здесь в первых круглых скобках указаны массы исходных ядер, во вторых

скобках — массы ядер - продуктов реакции. При числовых подсчетах по этой формуле массы ядер заменяют массами нейтральных атомов. Возможность такой замены вытекает из следующих соображений.

Число электронов в электронной оболочке нейтрального атома равно его зарядовому числу  $Z$ . Сумма зарядовых чисел исходных ядер равна сумме зарядовых чисел ядер - продуктов реакции. Следовательно, электронные оболочки ядер гелия и бора содержат вместе столько же электронов, сколько их содержат электронные оболочки ядер углерода и водорода.

Очевидно, что при вычитании суммы масс нейтральных атомов углерода и водорода из суммы масс атомов гелия и бора массы электронов выпадут и мы получим тот же результат, как если бы брали массы ядер. Подставив массы атомов (см. табл. 15 Приложения) в расчетную формулу, получим

$$Q = 931(4,00260 + 10,01294) - (1,00783 + 13,00335) \text{ МэВ} = 4,06 \text{ МэВ}.$$

**Пример 7.** Определить начальную активность  $A_0$  радиоактивного препарата магния  $^{27}\text{Mg}$  массой  $m = 0,2$  мкг, а также его активность  $A$  через время  $t = 6$  ч. Период полураспада  $T_{1/2}$  магния считать известным.

**Решение.** Активность  $A$  изотопа характеризует скорость радиоактивного распада и определяется отношением числа,  $dN$  ядер, распавшихся за интервал времени  $dt$ , к этому интервалу:

$$A = -dN/dt. \quad (1)$$

Знак «-» показывает, что число  $N$  радиоактивных ядер с течением времени убывает.

Для того чтобы найти  $dN/dt$ , воспользуемся законом радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

где  $N$  - число радиоактивных ядер, содержащихся в изотопе, в момент времени  $t$ ;  $N_0$  - число радиоактивных ядер в момент времени, принятый за начальный ( $t = 0$ );  $\lambda$  - постоянная радиоактивного распада.

Продифференцируем выражение (2) по времени:

$$dN/dt = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (3)$$

Исключив из формул (1) и (3)  $dN/dt$ , находим активность препарата в момент времени  $t$ :

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (4)$$

Начальную активность  $A_0$  препарата получим при  $t = 0$ :

$$A_0 = \lambda N_0. \quad (5)$$

Постоянная радиоактивного распада  $\lambda$  связана с периодом полураспада  $T_{1/2}$  соотношением

$$\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}. \quad (6)$$

Число  $N_0$  радиоактивных ядер, содержащихся в изотопе, равно произведению постоянной Авогадро  $N_A$  на количество вещества  $\nu$  данного изотопа:

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A, \quad (7)$$

где  $m$  - масса изотопа;  $M$  - молярная масса.

С учетом выражений (6) и (7) формулы (5) и (4) принимают вид

$$A_0 = \frac{m}{M} \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_A; \quad (8) \quad A_0 = \frac{m}{M} \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_A e^{\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}. \quad (9)$$

Произведем вычисления, учитывая, что  $T_{1/2} = 10$  мин = 600 с (см. табл.16 Приложения),  $\ln 2 = 0,693$ ,  $t = 6$  ч =  $6 \cdot 3,6 \cdot 10^3$  с =  $2,16 \cdot 10^4$  с:

$$A_0 = \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{0,693}{600} 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Бк} = 5,13 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5,13 \text{ ТБк};$$

$$A = \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{0,693}{600} 6,02 \cdot 10^{23} e^{\frac{0,693}{600} \cdot 2,16 \cdot 10^4} \text{ Бк} = 81,3 \text{ Бк}.$$

**Пример 8.** Используя квантовую теорию теплоемкости Эйнштейна, вычислить удельную теплоемкость  $c$  при постоянном объеме алюминия при температуре  $T = 200$  К. Характеристическую температуру  $\Theta_E$  Эйнштейна принять для алюминия равной 300 К.

**Решение.** Удельная теплоемкость  $c$  вещества может быть выражена через молярную теплоемкость  $C_m$  соотношением

$$c = C_m/M, \quad (1)$$

где  $M$  - молярная масса.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме по теории Эйнштейна выражается формулой

$$C_m = 3R \left( \frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}. \quad (2)$$

Подставив в (1) выражение теплоемкости  $C_m$  по формуле (2), получим

$$c = \frac{3R}{M} \left( \frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}. \quad (3)$$

Произведем вычисления:

$$c = \frac{3 \cdot 8,31}{27 \cdot 10^{-3}} \left( \frac{300}{200} \right)^2 \frac{e^{300/200}}{(e^{300/200} - 1)^2} \text{ Дж/(кг·К)} = 770 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

**Пример 9.** Определить теплоту  $\Delta Q$ , необходимую для нагревания кристалла NaCl массой  $m = 20$  г от температуры  $T_1 = 2$  К. до температуры  $T_2 = 4$  К. Характеристическую температуру Дебая  $\Theta_D$  для NaCl принять равной 320 К и условие  $T \ll \Theta_D$  считать выполненным.

**Решение.** Теплота  $\Delta Q$ , подводимая для нагревания тела от температуры  $T_1$  до  $T_2$ , может быть вычислена по формуле

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C_T dT, \quad (1)$$

где  $C_T$  - теплоемкость тела.

Теплоемкость тела связана с молярной теплоемкостью соотношением

$$C_T = mC_m/M, \quad (2)$$

где  $m$  - масса тела;  $M$  - молярная масса.

Подставив выражение  $C_T$  в формулу (1), получим

$$\Delta Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_m dT, \quad (3)$$

В общем случае теплоемкость  $C_m$  есть сложная функция температуры, поэтому

выносить ее за знак интеграла нельзя. Однако если выполнено условие  $T \ll \Theta_D$ , то нахождение  $\Delta Q$  облегчается тем, что можно воспользоваться предельным законом Дебая, в согласии с которым теплоемкость пропорциональна кубу термодинамической температуры:

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^3. \quad (4)$$

Подставляя молярную теплоемкость (4) в формулу (3), получим

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT.$$

Выполним интегрирование:

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} \left( \frac{T_2^4}{4} - \frac{T_1^4}{4} \right).$$

Перепишав полученную формулу в виде

$$\Delta Q = \frac{3\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} (T_2^4 - T_1^4),$$

произведем вычисления:

$$\Delta Q = \frac{3 \cdot (3,14)^4}{5} \frac{2 \cdot 10^{-2}}{58,5 \cdot 10^{-3}} \frac{8,31}{(320)^3} (4^4 - 2^4) \text{ Дж} = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,22 \text{ мДж}.$$

**Пример 10.** Вычислить максимальную энергию  $\varepsilon_F$  (энергию Ферми), которую могут иметь свободные электроны в металле (медь) при температуре  $T = 0$  К. Принять, что на каждый атом меди приходится по одному валентному электрону.

**Решение.** Максимальная энергия  $\varepsilon_F$ , которую могут иметь электроны в металле при  $T = 0$  К, связана с концентрацией свободных электронов соотношением

$$\varepsilon_F = \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} / (2m), \quad (1)$$

где  $\hbar$  - постоянная Планка;  $m$  - масса электрона.

Концентрация свободных электронов по условию задачи равна концентрации атомов, которая может быть найдена по формуле

$$n = \rho N_A / M, \quad (2)$$

где  $\rho$  - плотность меди;  $N_A$  - постоянная Авогадро;  $M$  - молярная масса.

Подставляя выражение  $n$  в формулу (1), получаем

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( 3\pi^2 \rho \frac{N_A}{M} \right)^{2/3}.$$

Произведем вычисления:

$$\varepsilon_F = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \left[ 3 \cdot (3,14)^2 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{-23}}{64 \cdot 10^{-3}} \right]^{2/3} \text{ Дж} = 1,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 7,4 \text{ эВ}.$$

**Пример 11.** Кремниевый образец нагревают от температуры  $t_1 = 0$  °С до температуры  $t_2 = 10$  °С. Во сколько раз возрастает его удельная проводимость?

**Решение.** Удельная проводимость  $\gamma$  собственных полупроводников связана с температурой  $T$  соотношением

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta E / (2kT)},$$

где  $\gamma_0$  - константа;  $\Delta E$  - ширина запрещенной зоны.

Следовательно,

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{e^{-\Delta E / (2kT_1)}}{e^{-\Delta E / (2kT_2)}} = \exp \left[ \frac{\Delta E}{2k} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right].$$

Полагая для кремния  $\Delta E = 1,1$  эВ, произведем вычисления:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \exp \frac{1,76 \cdot 10^{-19}}{2(1,38 \cdot 10^{-23})} \left( \frac{1}{273} - \frac{1}{283} \right) = 2,28.$$

### Задачи для самостоятельного решения

1. Определить энергию  $\varepsilon$  фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной. [12,1 эВ]
2. Определить первый потенциал возбуждения  $\varphi_1$  атома водорода [10,2 В]
3. Вычислить длину волны де Бройля  $\lambda$  для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U = 22,5$  В. [0,258 нм]
4. Вычислить длину волны де Бройля  $\lambda$  для протона, движущегося со скоростью  $v = 0,6c$  ( $c$  - скорость света в вакууме). [1,76 фм]
5. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию  $T_{\min}$  электрона, движущегося внутри сферической области диаметром  $d = 0,1$  нм. [15 эВ]
6. Определить относительную определенность  $\Delta p/p$  импульса движущейся частицы, если допустить, что неопределенность ее координаты равна длине волны де Бройля. [0,16]
7. Электрон находится в прямоугольном потенциальном ящике с непроницаемыми стенками. Ширина ящика  $\ell = 0,2$  нм, энергия электрона в ящике  $E = 37,8$  эВ. Определить номер  $n$  энергетического уровня и модуль волнового вектора  $k$ . [2;  $3,14 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$ ]
8. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружения частицы: в средней трети ящика? в крайней трети ящика? [0,609, 0,195]
9. Вычислить энергию связи  $E_{\text{св}}$  ядра дейтерия  ${}^2_1\text{H}$  и трития  ${}^3_1\text{H}$ . [2,22 МэВ; 8,47 МэВ]
10. Вычислить энергетический эффект  $Q$  реакции  ${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n}$ . [5,71 МэВ]
11. То же, для реакции  ${}^6_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$ . [4,03 МэВ]
12. Определить число  $N$  атомов радиоактивного препарата йода  ${}^{131}_{53}\text{I}$  массой  $m = 0,5$  мкг, распавшихся в течение времени: 1)  $t_1 = 1$  мин; 2)  $t_2 = 7$  сут. [ $1,38 \cdot 10^{11}$ ;  $1,04 \cdot 10^{15}$ ]
13. Определить активность  $A$  радиоактивного препарата  ${}^{98}_{38}\text{Sr}$  массой  $m = 0,1$  мкг. [543 кБк]
14. Определить частоту  $\nu$  колебаний атомов серебра по теории теплоемкости Эйнштейна, если характеристическая температура серебра  $\Theta_E = 165$  К. [ $3,44 \cdot 10^{-12}$  Гц]

15. Определить среднюю энергию  $\langle \varepsilon \rangle$  линейного, одномерного квантового осциллятора при температуре  $T = \Theta_E = 200 \text{ К}$ . [ $1,61 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ]

16. Определить теплоту  $Q$ , необходимую для нагревания кристалла меди массой  $m = 100 \text{ г}$  от  $T_1 = 10 \text{ К}$  до  $T_2 = 20 \text{ К}$ . Характеристическая температура Дебая для меди  $\Theta_D = 320 \text{ К}$ . Считать условие  $T_2 \ll \Theta_D$  выполненным. [ $3,48 \text{ Дж}$ ]

17. Выразить среднюю квадратичную скорость  $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  через максимальную скорость  $v_{\text{max}}$  электронов в металле при температуре  $0 \text{ К}$ . [ $\sqrt{3/5} v_{\text{max}}$ ]

18. Металл находится при температуре  $0 \text{ К}$ . Определить относительное число электронов, энергии которых отличаются от энергии Ферми не более чем на  $2 \%$ . [ $0,03$ ]

**Контрольная работа № 6**  
(вариант – две последних цифры шифра)

Вариант	Номера задач (метод. указ. 1987 г.)						Вариант	Номера задач (метод. указ. 1987 г.)					
	618	622	634	645	661	679		610	626	637	641	664	677
00	618	622	634	645	661	679	01	610	626	637	641	664	677
02	617	625	632	644	663	673	03	608	621	631	642	666	680
04	612	623	633	646	667	676	05	619	624	635	645	668	672
06	618	629	634	647	662	677	07	610	625	637	644	665	674
08	604	626	632	643	661	671	09	617	623	639	649	663	679
10	612	624	633	646	670	672	11	619	629	635	642	666	676
12	618	625	631	641	662	680	13	608	626	634	643	669	674
14	610	623	637	647	664	679	15	617	622	639	645	667	671
16	612	629	633	644	661	676	17	619	625	632	646	670	680
18	618	621	631	650	662	672	19	604	626	635	643	668	674
20	608	623	637	641	666	677	21	610	629	634	645	664	673
22	612	622	639	648	669	671	23	619	624	632	642	667	672
24	618	626	633	646	670	680	25	604	621	635	641	668	674
26	617	623	631	650	665	673	27	608	625	637	648	662	677
28	610	624	634	643	669	676	29	612	629	632	647	667	672
30	619	621	633	642	666	671	31	618	626	639	646	664	673
32	604	622	631	645	670	674	33	608	624	637	644	661	676
34	617	623	634	649	665	679	35	612	629	635	650	669	677
36	619	621	632	641	662	671	37	610	626	633	648	668	673
38	618	622	639	642	664	676	39	604	624	631	646	667	680
40	608	625	637	649	665	672	41	612	629	635	643	670	671
42	617	626	632	645	663	677	43	610	622	634	641	668	679
44	619	624	633	646	669	673	45	604	621	639	644	667	676
46	618	629	637	642	662	671	47	612	623	631	647	661	677
48	617	622	635	643	665	672	49	610	624	632	645	663	679
50	608	625	634	644	668	676	51	604	626	639	649	666	671
52	619	629	633	641	662	674	53	612	622	637	642	670	672
54	618	621	635	645	669	673	55	617	624	632	644	667	679
56	608	626	631	650	668	676	57	604	623	634	647	665	677
58	619	625	633	643	664	680	59	612	629	637	645	661	673
60	610	624	635	648	669	674	61	618	621	632	649	670	672
62	617	622	639	641	662	676	63	608	623	631	647	667	671
64	619	625	634	650	666	673	65	612	624	637	648	661	674
66	604	626	633	643	669	672	67	610	622	635	646	665	676
68	618	621	639	649	664	677	69	617	623	631	642	662	671
70	619	624	634	641	663	680	71	612	626	637	645	668	673
72	604	622	633	648	661	676	73	608	629	632	650	665	672
74	618	623	639	646	670	671	75	610	621	635	643	669	679
76	617	625	631	645	663	673	77	612	622	637	644	664	677

78	604	624	634	650	662	672	79	608	623	633	648	667	674
80	618	626	639	643	661	679	81	619	625	632	647	668	671
82	617	621	635	641	669	680	83	610	622	631	644	670	673
84	612	629	634	649	665	674	85	604	623	637	650	667	679
86	608	625	633	642	663	671	87	619	621	632	646	662	672
88	617	622	635	644	668	673	89	618	629	639	643	666	680
90	610	626	634	650	669	676	91	612	623	637	649	667	674
92	604	621	631	642	663	677	93	619	624	632	647	661	673
94	617	625	635	645	670	679	95	608	629	639	644	664	672
96	610	626	633	646	669	674	97	512	621	634	641	665	677
98	618	624	637	648	668	676	99	619	623	631	650	661	680

601. Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны  $\lambda = 102,6$  нм. Вычислить, пользуясь теорией Бора, радиус  $r$  электронной орбиты возбужденного атома водорода.

602. Вычислить по теории Бора радиус  $r_2$  второй стационарной орбиты и скорость  $v_2$  электрона на этой орбите для атома водорода.

603. Вычислить по теории Бора период  $T$  вращения электрона в атоме водорода, находящегося в возбужденном состоянии, определяемом главным квантовым числом  $n = 2$ .

604. Определить изменение энергии  $\Delta E$  электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с частотой  $\nu = 6,28 \cdot 10^{14}$  Гц.

605. Во сколько раз изменится период  $T$  вращения электрона в атоме водорода, если при переходе в невозбужденное состояние атом излучил фотон с длиной волны  $\lambda = 97,5$  нм?

606. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны  $\lambda = 435$  нм?

607. В каких пределах  $\Delta\lambda$  должна лежать длина волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атома водорода квантами этого света радиус  $r_n$  орбиты электрона увеличился в 16 раз?

608. В однозарядном ионе лития электрон перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить длину волны  $\lambda$  излучения, испущенного ионом лития.

609. Электрон в атоме водорода находится на третьем энергетическом уровне. Определить кинетическую  $T$ , потенциальную  $\Pi$  и полную  $E$  энергию электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

610. Фотон выбивает из атома водорода, находящегося в основном состоянии, электрон с кинетической энергией  $T = 10$  эВ. Определить энергию  $\epsilon$  фотона.

611. Вычислить наиболее вероятную дебройлевскую длину волны  $\lambda$  молекул азота, содержащихся в воздухе при комнатной температуре.

612. Определить энергию  $\Delta T$ , которую необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от  $\lambda_1 = 0,2$  мм до  $\lambda_2 = 0,1$  нм.

613. На сколько по отношению к комнатной должна измениться температура идеального газа, чтобы дебройлевская длина волны  $\lambda$  его молекул уменьшилась на 20 %?

614. Параллельный пучок моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму в виде узкой прямоугольной щели, ширина которой  $a = 0,06$  мм. Опреде-

лить скорость этих электронов, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстоянии  $\ell = 40$  мм, ширина центрального дифракционного максимума  $b = 10$  мкм.

615. При каких значениях кинетической энергии  $T$  электрона ошибка в определении дебройлевской длины волны  $\lambda$  по нерелятивистской формуле не превышает 10 %?

616. Из катодной трубки на диафрагму с узкой прямоугольной щелью нормально к плоскости диафрагмы направлен поток моноэнергетических электронов. Определить анодное напряжение трубки, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстоянии  $\ell = 0,5$  м, ширина центрального дифракционного максимума  $\Delta x = 10,0$  мкм. Ширину  $b$  щели принять равной  $0,10$  мм.

617. Протон обладает кинетической энергией  $T = 1$  кэВ. Определить дополнительную энергию  $\Delta T$ , которую необходимо ему сообщить для того, чтобы длина  $\lambda$  де Бройля уменьшилась в три раза.

618. Определить длины волн де Бройля  $\alpha$ -частицы и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов  $U = 1$  кВ.

619. Электрон обладает кинетической энергией  $T = 1,02$  МэВ. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля если кинетическая энергия  $T$  электрона уменьшится вдвое?

620. Кинетическая энергия  $T$  электрона равна удвоенному значению его энергии покоя ( $2m_0c^2$ ). Вычислить длину волны  $\lambda$  де Бройля для такого электрона.

621. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферы радиусом  $R = 0,05$  нм.

622. Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки  $\Delta v$  в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью  $1$  мкм.

623. Какова должна быть кинетическая энергия  $T$  протона в моноэнергетическом пучке, используемого для, исследования структуры с линейными размерами  $\ell \approx 10^{-13}$  см?

624. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину  $\ell$  одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия электрона  $E_{\min} = 10$  эВ.

625. Альфа-частица, находится в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину  $\ell$  ящика, если известно, что минимальная энергия  $\alpha$ -частицы  $E_{\min} = 8$  МэВ.

626. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет  $\Delta t \approx 10^{-8}$  с. При переходе атома в нормальное состояние испускается фотон, средняя длина волны  $\langle \lambda \rangle$  которого равна  $600$  нм. Оценить ширину  $\Delta \lambda$  излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов.

627. Для приближенной оценки минимальной энергии электрона в атоме водорода можно предположить, что неопределенность  $\Delta r$  радиуса  $r$  электронной орбиты и определенность  $\Delta p$  импульса  $p$  электрона на такой орбите соответственно связаны следующим образом:  $\Delta r \approx r$  и  $\Delta p \approx p$ . Используя эти связи, а также соотношение неопределенностей, найти значение радиуса электронной орбиты, соответствующего минимальной энергии электрона в атоме водорода.

628. Моноэнергетический пучок электронов высвечивает в центре экрана элек-

тронно-лучевой трубки пятно радиусом  $r \approx 10^{-3}$  см. Пользуясь соотношением неопределенностей, найти, во сколько раз неопределенность  $\Delta x$  координаты электрона на экране в направлении, перпендикулярном оси трубки, меньше размера  $r$  пятна. Длину  $L$  электронно-лучевой трубки принять равной 0,50 м, а ускоряющее электрон напряжение  $U$  — равным 20 кВ.

629. Среднее время жизни  $\Delta t$  атома в возбужденном состоянии составляет около  $10^{-8}$  с. При переходе атома в нормальное состояние испускается фотон, средняя длина волны  $\langle \lambda \rangle$  которого равна 400 нм. Оценить относительную ширину  $\Delta \lambda / \lambda$ , излучаемой спектральной линии, если не происходит уширения линии за счет других процессов.

630. Для приближенной оценки минимальной энергии электрона в атоме водорода можно предположить, что неопределенность  $\Delta r$  радиуса  $r$  электронной орбиты и неопределенность  $\Delta p$  импульса  $p$  электрона на такой орбите соответственно связаны следующим образом:  $\Delta r \approx r$  и  $\Delta p \approx p$ . Используя эти связи, а также соотношение неопределенностей, определить минимальное значение энергии  $T_{\min}$  электрона в атоме водорода.

631. Частица находится в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике. Найти отношение разности  $\Delta E_{n,n+1}$  соседних энергетических уровней к энергии  $E_n$  частицы в трех случаях: 1)  $n = 2$ ; 2)  $n = 5$ ; 3)  $n \rightarrow \infty$ .

632. Электрон находится в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике шириной  $\ell = 0,1$  нм. Определить в электрон-вольтах наименьшую разность энергетических уровней электрона.

633. Частица в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике шириной  $\ell$  находится в возбужденном состоянии ( $n = 3$ ). Определить, в каких точках интервала  $0 < x < \ell$  плотность вероятности нахождения частицы имеет максимальное и минимальное значения.

634. В прямоугольной потенциальной яме шириной  $\ell$  с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < \ell$ ) находится частица в основном состоянии. Найти вероятность  $\omega$  местонахождения этой частицы в области  $1/4\ell < x < 3/4\ell$ .

635. Частица в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность  $\omega$  обнаружения частицы в крайней четверти ящика?

636. Волновая функция, описывающая движение электрона в основном состоянии атома водорода, имеет вид

$$\Psi(r) = A e^{-r/a_0},$$

где  $A$  - некоторая постоянная;  $a_0$  - первый боровский радиус. Найти для основного состояния атома водорода наиболее вероятное расстояние электрона от ядра.

637. Частица находится в основном состоянии в прямоугольной яме шириной  $\ell$  с абсолютно непроницаемыми стенками. Во сколько раз отличаются вероятности местонахождения частицы:  $\omega_1$  - в крайней трети и  $\omega_2$  - в крайней четверти ящика?

638. Волновая функция, описывающая движение электрона в основном состоянии атома водорода, имеет вид

$$\Psi(r) = A e^{-r/a_0},$$

где  $A$  - некоторая постоянная;  $a_0$  - первый боровский радиус. Найти для основного состояния атома водорода вреднее значение  $\langle F \rangle$  кулоновской силы.

639. Электрон находится в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике шириной  $\ell$ . В каких точках в интервале  $0 < x < \ell$  плотности, вероятности нахождения электрона на втором и третьем энергетических уровнях одинаковы? Вычислить плотность вероятности для этих точек. Решение пояснить графиком.

640. Волновая функция, описывающая движение электрона в основном состоянии атома водорода, имеет вид

$$\Psi(r) = A e^{-r/a_0},$$

где  $A$  - некоторая постоянная;  $a_0$  - первый боровский радиус. Найти для основного состояния атома водорода среднее значение  $\langle \Pi \rangle$  потенциальной энергии.

642. Найти период полураспада  $T_{1/2}$  радиоактивного изотопа, если его активность за время  $t = 10$  сут уменьшилась на 24 % по сравнению с первоначальной.

642. Определить, какая доля радиоактивного изотопа  ${}^{225}_{89}\text{Ac}$  распадается в течение времени  $t = 6$  сут.

643. Активность  $A$  некоторого изотопа за время  $t = 10$  сут уменьшилась на 20%. Определить период полураспада  $T_{1/2}$  этого изотопа.

644. Определить массу  $m$  изотопа  ${}^{131}_{53}\text{I}$ , имеющего активность  $A = 37$  ГБк.

645. Найти среднюю продолжительность жизни  $\tau$  атома радиоактивного изотопа кобальта  ${}^{60}_{27}\text{Co}$ .

646. Счетчик  $\alpha$ -частиц, установленный вблизи радио активного изотопа, при первом измерении регистрировал  $N_1 = 1400$  частиц в минуту, а через время  $t = 4$  ч — только  $N_2 = 400$ . Определить период полураспада  $T_{1/2}$  изотопа.

647. Во сколько раз уменьшится активность изотопа  ${}^{32}_{15}\text{P}$  через время  $t = 20$  сут?

648. На сколько процентов уменьшится активность изотопа иридия  ${}^{192}_{77}\text{Ir}$  за время  $t = 15$  сут?

649. Определить число  $N$  ядер, распадающихся в течение времени: 1)  $t_1 = 1$  мин; 2)  $t_2 = 5$  сут, — в радиоактивном изотопе фосфора  ${}^{32}_{15}\text{P}$  массой  $m = 1$  мг.

650. Из каждого миллиона атомов радиоактивного изотопа каждую секунду распадается 200 атомов. Определить период полураспада  $T_{1/2}$  изотопа.

651. Определить количество теплоты  $Q$ , выделяющейся при распаде радона активностью  $A = 3,7 \cdot 10^{10}$  Бк за время  $t = 20$  мин. Кинетическая энергия  $T$  вылетающей из радона  $\alpha$ -частицы равна 5,5 МэВ.

652. Масса  $m = 1$  г урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$  в равновесии с продуктами его распада выделяет мощность  $P = 1,07 \cdot 10^{-7}$  Вт. Найти молярную теплоту  $Q_m$ , выделяемую ураном за среднее время жизни  $\tau$  атомов урана.

653. Определить энергию, необходимую для разделения ядра  ${}^{20}\text{Ne}$  на две  $\alpha$ -частицы и ядро  ${}^{12}\text{C}$ . Энергии связи на один нуклон в ядрах  ${}^{20}\text{Ne}$ ,  ${}^4\text{He}$  и  ${}^{12}\text{C}$  равны соответственно 8,03; 7,07 и 7,68 МэВ.

654. В одном акте деления ядра урана  ${}^{235}\text{U}$  освобождается энергия 200 МэВ. Определить: 1) энергию, выделяющуюся при распаде всех ядер этого изотопа урана массой  $m = 1$  кг; 2) массу каменного угля с удельной теплотой сгорания  $q = 29,3$  МДж/кг, эквивалентную в тепловом отношении 1 кг урана  ${}^{235}\text{U}$ .

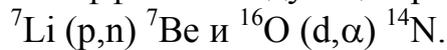
655. Мощность  $P$  двигателя атомного судна составляет 15 Мвт, его КПД равен 30 %. Определить месячный расход ядерного горючего при работе этого двигателя.

656. Считая, что в одном акте деления ядра урана  $^{235}\text{U}$  освобождается энергия 200 МэВ, определить массу  $m$  этого изотопа, подвергнувшегося делению при взрыве атомной бомбы с тротильным эквивалентом  $30 \cdot 10^6$  кг, если тепловой эквивалент тротила  $q$  равен 4,19 МДж/кг.

657. При делении ядра урана  $^{235}\text{U}$  под действием замедленного нейтрона образовались осколки с массовыми числами  $M_1 = 90$  и  $M_2 = 143$ . Определить число нейтронов, вылетевших из ядра в данном акте деления. Определить энергию и скорость каждого из осколков, если они разлетаются в противоположные стороны и их суммарная кинетическая энергия  $T$  равна 160 МэВ.

658. Ядерная реакция  $^{14}\text{N}(\alpha, p)^{17}\text{O}$  вызвана  $\alpha$ -частицей, обладавшей кинетической энергией  $T_\alpha = 4,2$  МэВ. Определить тепловой эффект этой реакции, если протон, вылетевший под углом  $\vartheta = 60^\circ$  к направлению движения  $\alpha$ -частицы, получил кинетическую энергию  $T = 2$  МэВ.

659. Определить тепловые эффекты следующих реакций:



660. Определить скорости продуктов реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ , протекающей в результате взаимодействия тепловых нейтронов с покоящимися ядрами бора.

661. Определить теплоту  $Q$ , необходимую для нагревания кристалла калия массой  $m = 200$  г от температуры  $T_1 = 4$  К до температуры  $T_2 = 5$  К. Принять характеристическую температуру Дебая для калия  $\Theta_D = 100$  К и считать условие  $T \ll \Theta_D$  выполненным.

662. Вычислить характеристическую температуру  $\Theta_D$  Дебая для железа, если при температуре  $T = 20$  К молярная теплоемкость железа  $C_m = 0,226$  Дж/К·моль. Условие  $T \ll \Theta_D$  считать выполненным.

663. Система, состоящая из  $N = 10^{20}$  трехмерных квантовых осцилляторов, находится при температуре  $T = \Theta_E$  ( $\Theta_E = 250$  К). Определить энергию  $E$  системы.

664. Медный образец массой  $m = 100$  г находится при температуре  $T_1 = 10$  К. Определить теплоту  $Q$ , необходимую для нагревания образца до температуры  $T_2 = 20$  К. Можно принять характеристическую температуру  $\Theta_D$  для меди равной 300 К, а условие  $T \ll \Theta_D$  считать выполненным.

665. Используя квантовую теорию теплоемкости Эйнштейна, определить коэффициент упругости  $\beta$  связи атомов в кристалле алюминия. Принять для алюминия  $\Theta_E = 300$  К.

666. Найти отношение средней энергии  $\langle \varepsilon_{кв} \rangle$  линейного одномерного осциллятора, вычисленной по квантовой теории, к энергии  $\langle \varepsilon_{кл} \rangle$  такого же осциллятора, вычисленной по классической теории. Вычисление произвести для двух температур: 1)  $T = 0,1\Theta_E$ ; 2)  $T = \Theta_E$ , где  $\Theta_E$  - характеристическая температура Эйнштейна.

667. Зная, что для алмаза  $\Theta_D = 2000$  К, вычислить его дельную теплоемкость при температуре  $T = 30$  К.

668. Молярная теплоемкость  $C_m$  серебра при температуре  $T = 20$  К оказалась равной 1,65 Дж/(моль·К). Вычислить по значению теплоемкости характеристическую температуру  $\Theta_D$ . Условие  $T \ll \Theta_D$  считать выполненным.

669. Вычислить (по Дебаю) удельную теплоемкость хлористого натрия при температуре  $T = \Theta_D/20$ . Условие  $T \ll \Theta_D$  считать выполненным.

670. Вычислить по теории Дебая теплоемкость цинка массой  $m = 100$  г при температуре  $T = 10$  К. Принять для цинка характеристическую температуру Дебая  $\Theta_D = 300$  К и считать условие  $T \ll \Theta_D$  выполненным.

671. Определить долю свободных электронов в металле при температуре  $T = 0$  К, энергии  $\epsilon$  которых заключены в интервале значений от  $\frac{1}{2}\epsilon_{\max}$  до  $\epsilon_{\max}$ .

672. Германиевый кристалл, ширина  $\Delta E$  запрещенной зоны в котором равна 0,72 эВ, нагревают от температуры  $t_1 = 0$  °С до температуры  $t_2 = 15$  °С. Во сколько раз возрастет его удельная проводимость?

673. При нагревании кремниевого кристалла от температуры  $t_1 = 0$  °С до температуры  $t_2 = 10$  °С его удельная проводимость возрастает в 2,28 раза. По приведенным данным определить ширину  $\Delta E$  запрещенной зоны кристалла кремния.

674. p-n-переход находится под обратным напряжением  $U = 0,1$  В. Его сопротивление  $R_1 = 692$  Ом. Каково сопротивление  $R_2$  перехода при прямом напряжении?

675. Металлы литий и цинк приводят в соприкосновение друг с другом при температуре  $T = 0$  К. На сколько изменится концентрация электронов проводимости в цинке? Какой из этих металлов будет иметь более высокий потенциал?

676. Сопротивление  $R_1$  p-n-перехода, находящегося под прямым напряжением  $U = 1$  В, равно 10 Ом. Определить сопротивление  $R_2$  перехода при обратном напряжении.

677. Найти минимальную энергию  $W_{\min}$  необходимую для образования пары электрон—дырка в кристалле СаAs, если его удельная проводимость  $\gamma$  изменяется в 10 раз при изменении температуры от 20 до 3 °С.

678. Сопротивление  $R_1$  кристалла PbS при температуре  $t_1 = 20$  °С равно  $10^4$  Ом. Определить его сопротивление  $R_2$  при температуре  $t_2 = 80$  °С.

679. Каково значение энергии Ферми  $\epsilon_F$  у электронов проводимости двухвалентной меди? Выразить энергию Ферми в джоулях и электрон-вольтах.

680. Прямое напряжение  $U$ , приложенное к p-n-переходу, равно 2 В. Во сколько раз возрастет сила тока через переход, если изменить температуру от  $T_1 = 300$  К до  $T_2 = 273$  К?

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### 1. Основные физические постоянные (округление значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	<b>g</b>	9,81 м/с <sup>2</sup>
Гравитационная постоянная	<b>G</b>	6,67·10 <sup>-11</sup> м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> )
Постоянная Авогадро	<b>N<sub>A</sub></b>	6,01·10 <sup>23</sup> моль <sup>-1</sup>
Молярная газовая постоянная	<b>R</b>	8,31 Дж/(моль·К)
Стандартный объем*	<b>V<sub>m</sub></b>	22,4·10 <sup>-3</sup> м <sup>3</sup> /моль
Постоянная Больцмана	<b>k</b>	1,38·10 <sup>-23</sup> Дж/К
Элементарный заряд	<b>e</b>	1,60·10 <sup>-19</sup> Кл
Скорость света в вакууме	<b>c</b>	3,00·10 <sup>8</sup> м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	<b>σ</b>	5,67·10 <sup>-8</sup> Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )
Постоянная закона смещения Вина	<b>b</b>	2,90·10 <sup>-3</sup> м·К
Постоянная Планка	<b>h</b> <b>ħ</b>	6,63·10 <sup>-34</sup> Дж·с 1,05·10 <sup>-34</sup> Дж·с
Постоянная Ридберга	<b>R</b>	1,10·10 <sup>7</sup> м <sup>-1</sup>
Радиус Бора	<b>a</b>	0,529·10 <sup>-10</sup> м
Комптоновская длина волны электрона	<b>λ</b>	2,43·10 <sup>-12</sup> м
Магнетон Бора	<b>μ<sub>B</sub></b>	0,927·10 <sup>-23</sup> А·м <sup>2</sup>
Энергия ионизации атома водорода	<b>E<sub>i</sub></b>	2,18·10 <sup>-18</sup> Дж (13,6 эВ)
Атомная единица массы	<b>а.е.м.</b>	1,660·10 <sup>-27</sup> кг
Электрическая постоянная	<b>ε<sub>0</sub></b>	8,85·10 <sup>-12</sup> Ф/м
Магнитная постоянная	<b>μ<sub>0</sub></b>	4π·10 <sup>-7</sup> Гн/м

### 2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	6,37·10 <sup>6</sup> м
Масса Земли	5,98·10 <sup>24</sup> кг
Радиус Солнца	6,95·10 <sup>8</sup> м
Масса Солнца	1,98·10 <sup>30</sup> кг
Радиус Луны	1,74·10 <sup>6</sup> м
Масса Луны	7,33·10 <sup>22</sup> кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	1,49·10 <sup>11</sup> м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	3,84·10 <sup>8</sup> м

### 3. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Твердое тело	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Алюминий	2,70·10 <sup>3</sup>	Медь	8,93·10 <sup>3</sup>
Барий	3,50·10 <sup>3</sup>	Никель	8,90·10 <sup>3</sup>
Ванадий	6,02·10 <sup>3</sup>	Свинец	11,3·10 <sup>3</sup>
Всмут	9,80·10 <sup>3</sup>	Серебро	10,5·10 <sup>3</sup>
Железо	7,88·10 <sup>3</sup>	Цезий	1,90·10 <sup>3</sup>
Литий	0,53·10 <sup>3</sup>	Цинк	7,15·10 <sup>3</sup>

### 4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Жидкость	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Вода при 4 °С	1,00·10 <sup>3</sup>	Сероуглерод	1,26·10 <sup>3</sup>
Глицерин	1,26·10 <sup>3</sup>	Спирт	0,80·10 <sup>3</sup>
Ртуть	13,6·10 <sup>3</sup>		

\* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях.

**5. Плотность газов (при нормальных условиях)**

Газ	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Газ	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

**6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей**

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

**7. Эффективный диаметр молекулы**

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

**8. Диэлектрическая проницаемость**

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

**9. Удельное сопротивление металлов**

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

**10. Энергия ионизации**

Вещество	$E_i$ , Дж	$E_i$ , эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

**11. Подвижность ионов в газах, м<sup>2</sup>/(В·с)**

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

**12. Показатель преломления**

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

**13. Работа электронов**

Металл	$A$ , Дж	$A$ , эВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3,4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Серебро	$7,5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезий	$3,2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

#### 14. Относительные атомные массы (округление значения) $A_r$ и порядковые номера $Z$ некоторых элементов

Элемент	Символ	$A_r$	$Z$	Элемент	Символ	$A_r$	$Z$
Азот	<b>N</b>	14	7	Марганец	<b>Mn</b>	55	25
Алюминий	<b>Al</b>	27	13	Медь	<b>Cu</b>	64	29
Аргон	<b>Ar</b>	40	18	Молибден	<b>Mo</b>	96	42
Барий	<b>Ba</b>	137	56	Натрий	<b>Na</b>	23	11
Ванадий	<b>V</b>	60	23	Неон	<b>Ne</b>	20	10
Водород	<b>H</b>	1	1	Никель	<b>Ni</b>	59	28
Вольфрам	<b>W</b>	184	74	Олово	<b>Sn</b>	119	50
Гелий	<b>He</b>	4	2	Платина	<b>Pt</b>	195	78
Железо	<b>Fe</b>	56	26	Ртуть	<b>Hg</b>	201	80
Золото	<b>Au</b>	197	79	Сера	<b>S</b>	32	16
Калий	<b>K</b>	39	19	Серебро	<b>Ag</b>	108	47
Кальций	<b>Ca</b>	40	20	Углерод	<b>C</b>	12	6
Кислород	<b>O</b>	16	8	Уран	<b>U</b>	238	92
Магний	<b>Mg</b>	24	12	Хлор	<b>Cl</b>	35	17

#### 15. Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	${}^1_0\text{n}$	1,00867	Бор	${}^{10}_5\text{B}$	10,01294
Водород	${}^1_1\text{H}$	1,00783		${}^{11}_5\text{B}$	11,00930
	${}^2_1\text{H}$	2,01410	Углерод	${}^{12}_6\text{C}$	12,00000
	${}^3_1\text{H}$	3,01605		${}^{13}_6\text{C}$	13,00335
Гелий	${}^3_2\text{He}$	3,01603		${}^{14}_6\text{C}$	14,00324
	${}^4_2\text{He}$	4,00260	Азот	${}^{14}_7\text{N}$	14,00307
Литий	${}^6_3\text{Li}$	6,01513	Кислород	${}^{16}_8\text{O}$	15,99491
	${}^7_3\text{Li}$	7,01601		${}^{17}_8\text{O}$	16,99913
Бериллий	${}^7_4\text{Be}$	7,01693			
	${}^9_4\text{Be}$	9,01219			

#### 16. Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ	Период полураспада
Актиний	${}^{225}_{89}\text{Ac}$	10 суток
Йод	${}^{131}_{53}\text{I}$	8 суток
Кобальт	${}^{60}_{27}\text{Co}$	5,3 г
Магний	${}^{27}_{12}\text{Mg}$	10 мин.
Радий	${}^{226}_{88}\text{Ra}$	1620 лет
Родон	${}^{222}_{86}\text{Rn}$	3,8 сут.
Стронций	${}^{90}_{38}\text{Sr}$	27 лет
Фосфор	${}^{32}_{15}\text{P}$	14,3 сут.
Церий	${}^{144}_{58}\text{Ce}$	285 сут.

## 17. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	$m_0$		$F_0$	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
$\alpha$ -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
Нейтральный $\lambda$ -мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

## 18. Единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение	Выражение через основные и дополнительные единицы
<i>Основные единицы</i>				
Длина	L	метр	м	
Масса	M	килограмм	кг	
Время	T	секунда	с	
Сила электрического тока	I	ампер	A	
Термодинамическая температура	$\theta$	кельвин	K	
Количество вещества	N	моль	моль	
Сила света	J	кандела	кд	
<i>Дополнительные единицы</i>				
Плоский угол	-	радиан	рад	
Телесный угол	-	стерадиан	ср	
<i>Производные единицы</i>				
Частота	$T^{-1}$	герц	Гц	$c^{-1}$
Сила, вес	$LM T^{-2}$	ньютон	Н	$m \cdot kg \cdot c^{-2}$
Давление, механическое напряжение	$L^{-1} M T^{-2}$	паскаль	Па	$m^{-1} \cdot kg \cdot c^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	$L^2 M T^{-2}$	джоуль	Дж	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2}$
Мощность, поток энергии	$L^2 M T^{-3}$	ватт	Вт	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3}$
Количество электричества (электрический заряд)	TI	кулон	Кл	$c \cdot A$
Электрическое напряжение, электрический потенциал, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	$L^2 M T^{-3} I^{-1}$	вольт	В	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-1}$
Электрическая ёмкость	$L^{-2} M^{-1} T^4 I^2$	фарад	Ф	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^4 \cdot A^2$
Электрическое сопротивление	$L^2 M T^{-3} I^{-2}$	ом	Ом	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3} \cdot A^{-2}$
Электрическая проводимость	$L^{-2} M^{-1} T^3 I^2$	сименс	См	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^3 \cdot A^2$
Магнитный поток	$L^2 M T^{-2} I^{-1}$	вебер	Вб	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2} \cdot A^{-1}$
Магнитная индукция	$M T^{-2} I^{-1}$	тесла	Тл	$kg \cdot c^{-2} \cdot A^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L^2 M T^{-2} I^{-2}$	генри	Гн	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2} \cdot A^{-2}$
Световой поток	J	люмен	лм	кд·ср
Освещенность	$L^{-2} J$	люкс	лк	$m^{-2} \cdot кд \cdot ср$
Активность изотопа (активность нуклида в радиоактивном источнике)	$T^{-1}$	беккерель	Бк	$c^{-1}$
Поглощенная доза излучения	$L^2 I^{-2}$	грей	Гр	$m^2 \cdot c^{-2}$

*Примечания:*

- 1 Кроме температуры Кельвина (обозначение T) допускается применять также температуру Цельсия (обозначение t), определяемую выражением  $t = T - T_0$ , где  $T_0 = 273,15$  К. Температура Кельвина выражается в Кельвинах, температура Цельсия - в градусах Цельсия (обозначение международное и русское °C). По размеру градус Цельсия равен Кельвину
2. Интервал или разность температур Кельвина выражают в Кельвинах. Интервал или разность температур Цельсия допускается выразить как в Кельвинах, так и в градусах Цельсия.

### 19. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Э	$10^{18}$	деци	д	$10^{-1}$
пэта	П	$10^{15}$	санتي	с	$10^{-2}$
тера	Т	$10^{12}$	милли	м	$10^{-3}$
гига	Г	$10^9$	микро	мк	$10^{-6}$
мега	М	$10^6$	нано	н	$10^{-9}$
кмло	к	$10^3$	пико	п	$10^{-12}$
гекто	г	$10^2$	фемто	ф	$10^{-15}$
дека	да	$10^1$	атто	а	$10^{-18}$

### 20. Греческий алфавит

Обозначение букв	Название букв	Обозначение букв	Название букв
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	тэта	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	иота	Φ, φ	фи
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	ламбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	ми	Ω, ω	омега