

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Новомосковский институт (филиал) ФГБОУ ВПО
РХТУ им. Д.И. Менделеева

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Программа курса, методические указания
и контрольные задания**

для студентов профиля

«Автоматизация технологических процессов и производств»

Новомосковск
2014

УДК 62-50
ББК 32.965
Т 337

Рецензент:
канд. тех. наук Соболев А.В.
(НИ РХТУ им. Д.И.Менделеева)

Составители: Силин В.В., Маслова Н.В.

Т337 Теория автоматического управления. Программа курса, методические указания и контрольные задания для студентов профиля 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» заочной формы обучения/ Новомосковский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева». Сост.: Си-лин В.В., Маслова Н.В.Новомосковск, 2014. - 38 с.

Издание содержит программу курса, задания для четырех контрольных работ и примеры их выполнения. Пособие предназначено для студентов профиля 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» заочной формы обучения, при изучении дисциплины «Теория автоматического управления».

Табл. 5 Ил. 12. Библиогр.: 8 назв.

УДК 62-50
ББК 32.965

© Новомосковский институт Российского химико-технологического университета им. Д.И. Менделеева, 2015

Оглавление

Введение	4
Программа курса	5
Контрольная работа № 1	9
Контрольная работа №2	17
Контрольная работа №3	29
Библиографический список.....	37

Введение

В число научных дисциплин, образующих науку об управлении, входит Теория автоматического управления. Вначале она создавалась для изучения статики и динамики процессов автоматического управления техническими объектами – производственными, энергетическими, транспортными и т.п. Основное назначение сохранилось и в наше время, хотя в последние годы ее выводами и результатами пользуются и для изучения динамических свойств систем управления не только технического характера, но и экономического, организационного, биологического и т.п.

Таблица 1 - Программа курса

Семестр 5		
№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Основные понятия и определения	Объект управления, средства управления, система управления. Понятие динамической системы, алгоритм управления. Фундаментальные принципы управления. Основные виды алгоритмов функционирования. Понятие математического описания. Уравнения динамики и статики. Линеаризация. Преобразование Лапласа, основные свойства. Понятие передаточной функции.
2.	Частотные и временные характеристики	Частотные и временные характеристики на примере апериодического звена первого порядка. Функция $1(t)$. Математическое описание вынужденного движения системы. Элементарные звенья и их характеристики.
3.	Структурные схемы	Понятие структурной схемы. Правила преобразования схем. Примеры.
4.	Анализ основных свойств линейных СУ	Понятие устойчивости по Ляпунову. Теоремы Ляпунова. Алгебраические критерии устойчивости. Частотные критерии устойчивости. Запас устойчивости. Понятие о Д-разбиении. Устойчивость систем с запаздыванием.
5.	Методы оценки качества регулирования линейных систем	Прямые методы оценки качества. Оценка качества управления при гармонических воздействиях. Оценка качества регулирования в установившемся режиме. Корневые методы оценки качества регулирования. Интегральные оценки качества переходных процессов. Частотные методы оценки качества регулирования. Примеры.

6.	Типовые законы регулирования	Основы расчета настроек регуляторов. ЛЧХ регуляторов с простейшими законами. Постановка задачи синтеза системы управления методом ЛЧХ.
7.	Сложные системы регулирования	Инвариантные АСР. Понятие эквивалентного объекта. Каскадно-связанные системы управления. Автономные системы.
8	Случайные процессы в системах автоматического управления	Характеристики случайных процессов. Корреляционная функция и её свойства. Спектральная плотность и её свойства. Среднее значение отклонения регулируемого параметра.
Семестр 6		
№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Основы теории графов	Графическое представление системы линейных уравнений. Граф Коутса и его свойства. Переход от структурных схем к графам. Топологическая формула Дезоера. Матрицы смежности и инцидентности.
2.	Нелинейные системы и их особенности	Понятие о нелинейных системах и их особенностях. Методы линеаризации нелинейных моделей. Типовые нелинейности и их характеристика. Анализ равновесных режимов.
3.	Методы исследования нелинейных систем	Фазовая плоскость. Анализ поведения СУ на фазовой плоскости. Построение фазовых траекторий. Системы с переменной структурой. Метод припасовывания. Метод изоклин. Автоколебательный режим. Построение переходного процесса по фазовой траектории.

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
4.	Метод гармонической линеаризации	Частотно-амплитудный метод приближённого исследования нелинейных систем. Ряд Фурье. Понятие передаточной функции нелинейного элемента. Пример.
5.	Исследование устойчивости и автоколебаний нелинейных систем	Использование метода гармонической линеаризации для аналитического определения автоколебаний. Графоаналитическое определение автоколебаний. Исследование устойчивости и автоколебаний нелинейных систем методом логарифмических частотных характеристик.
6.	Устранение автоколебаний. Качество переходных процессов в нелинейных системах	Способы устранения автоколебаний. Корректирующие устройства. Методы оценки динамической точности и качества переходных процессов в нелинейных системах. Структурные преобразования нелинейных систем автоматического управления.
7.	Устойчивость в нелинейных системах	Понятие устойчивости в нелинейных системах. Устойчивость положений равновесия: первый и второй методы Ляпунова. Выбор V -функции.
8.	Линейные дискретные модели. Основные понятия об импульсных СУ. Формирование дискретных сигналов во времени	Особенности проектирования цифровых систем управления. Принципы управления с помощью ЭВМ. Квантование информации. Получение разностных уравнений. Решетчатые функции. Применение преобразования Лапласа для анализа дискретных функций времени. Теорема прерывания. Фиксирующий элемент. z -преобразование. Теоремы z -преобразования. Обратное z -преобразование. Примеры. Последовательное соединение звеньев.

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
9.	Дискретная передаточная функция	Сумма свертки. Дискретная передаточная функция с импульсным входом и выходом. Свойства дискретной передаточной функции. Связь с импульсной переходной функцией. Связь z-преобразования с преобразованием Лапласа.
10.	Анализ устойчивости цифровых систем. Билинейное преобразование	Полюса передаточной функции. Анализ устойчивости цифровых систем. Условие асимптотической устойчивости. Билинейное преобразование и алгебраические критерии устойчивости. Примеры.
11.	Построение дискретных моделей на основе непрерывных. Алгоритмы низкого порядка.	Способы получения дискретных моделей по моделям непрерывного типа. Использование таблиц z-преобразований. Приближённые соотношения. Квадратичный критерий качества. Параметрические оптимизируемые регуляторы. Алгоритмы управления первого и второго порядка. Выбор такта квантования для параметрически оптимизируемых алгоритмов управления.
12.	Компенсационные регуляторы	Компенсационные регуляторы. Реализуемость. Сокращение нулей и полюсов. Межтактовое поведения систем.
13.	Апериодические регуляторы	Регуляторы для систем с конечным временем установления. Обычный аperiodический регулятор без учёта и с учётом запаздывания объекта управления. Выбор такта квантования для аperiodических регуляторов.
14.	Каскадные системы управления	Построение каскадных систем управления. Качество каскадных систем управления. Анализ и синтез каскадных систем управления.

Контрольные задания

По курсу ТАУ студент обязан выполнить три контрольных работы. Сроки их выполнения и сдачи указаны в учебном графике. Выбор варианта оговаривается в задании к каждой контрольной работе отдельно. В некоторых случаях вариант задается преподавателем индивидуально.

Контрольная работа № 1

Исходное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$T_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t).$$

Числовые значения коэффициентов определяются следующим образом:

T_2 равняется порядковому номеру в алфавите первой буквы фамилии,

T_1 равняется порядковому номеру в алфавите первой буквы имени,

k равняется порядковому номеру в алфавите первой буквы отчества.

Кроме того, если последняя цифра нечетная, то перед T_2 ставится знак $/-$, если предпоследняя цифра шифра нечетная, то перед $y(t)$ ставится знак $/-$. Если одна из цифр равна 0, то соответственно T_1 или $y(t)$ равны 0.

Задание

1. Вывести формулы передаточной функции и переходной функции, построить график кривой разгона.
2. Вывести и построить семь частотных характеристик (амплитудно-частотную, фазово-частотную, вещественную и мнимую частотные, амплитудно-фазовую, логарифмические амплитудно- и фазо-частотные характеристики).

Методические указания

Для выполнения контрольной работы №1 необходимо знание отдельных разделов из курса высшей математики по темам «Операционное исчисление» и «Функции комплексного переменного»:

1. Преобразование Лапласа.
2. Решение дифференциальных уравнений операторным методом.
3. Действия с комплексными числами.

При исследовании АСР одним из наиболее распространенных способов является подача на ее вход возмущающего воздействия определенной формы. Зная реакцию системы на возмущающий сигнал той или иной формы, можно рассчитать все необходимые качественные показатели АСР, т.е. определить ее поведение в самых различных условиях.

Типовыми возмущающими воздействиями являются:

а) единичная ступенчатая функция

$$\sigma(t) = 1(t) ;$$

б) единичная импульсная функция

$$\delta(t) = \frac{d\sigma(t)}{dt} ;$$

в) гармоническое возмущение

$$x(t) = A \sin \omega t .$$

Для определения динамических характеристик исследуемого звена или АСР на вход подается одно из перечисленных воздействий.

Реакция звена на единичное ступенчатое воздействие называется *переходной функцией*. График переходной функции называется *кривой разгона*.

Реакция системы на единичную импульсную функцию называется *весовой функцией*. График весовой функции называется *импульсным переходным процессом*. Переходная и весовая функции называются *временными характеристиками*.

При подаче на вход гармонического возмущающего воздействия после окончания переходного процесса выходная величина также изменяется по гармоническому закону, но с другими амплитудой и фазой. Это свойство позволяет определить *частотные характеристики* звена или АСР.

Существует несколько методов определения временных характеристик и построения переходных процессов. В ТАУ наиболее часто используется операторный метод. Он заключается в следующем.

Из дифференциального уравнения, используя свойство линейности

$$L\{\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)\} = \alpha L\{f_1(t)\} + \beta L\{f_2(t)\}$$

и изображение производной при нулевых начальных условиях

$$L\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s),$$

получаем передаточную функцию, которая по определению равна

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)},$$

где $Y(s) = L\{y(t)\}$, $X(s) = L\{x(t)\}$.

При $x(t) = 1(t)$ получим $y(t) = h(t)$. Тогда

$$X(s) = L\{1(t)\} = \frac{1}{s} \quad \text{и} \quad Y(s) = H(s).$$

Следовательно,

$$W(s) = H(s)s,$$

откуда

$$H(s) = \frac{W(s)}{s}.$$

Чтобы получить переходную функцию $h(t)$, необходимо найти обратное преобразование Лапласа от $H(s)$:

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\}.$$

Обратное преобразование Лапласа выполняется с использованием таблиц изображений и теоремы разложения. Теорема разложения позволяет рациональную дробь представить в виде суммы простых дробей. Если знаменатель выражения $H(s)$ име-

ет n нулевых корней, m вещественных и l пар комплексных корней, то на основании теоремы разложения можно записать:

$$Y(s) = \frac{Q(s)}{s^n \cdot \prod_i (s + a_i)^{m_i} \cdot \prod_j (s^2 + b_j s + c_j)^{l_j}} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s^2} + \dots + \frac{A_n}{s^n} +$$

$$+ \sum_i \left(\frac{B_{li}}{s + a_i} + \frac{B_{ri}}{(s + a_i)^2} + \dots + \frac{B_{mi}}{(s + a_i)^{m_i}} \right) + \sum_j \left[\frac{C_{lj}s + D_{lj}}{s^2 + b_j s + c_j} + \dots + \frac{C_{rj}s + D_{rj}}{(s^2 + b_j s + c_j)^{l_j}} \right].$$

После определения коэффициентов $A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_m, C_1, \dots, C_l, D_1, \dots, D_l$ находится оригинал $h(t)$.

Важную роль при описании линейных стационарных систем играют частотные характеристики. Они получаются при рассмотрении вынужденных движений системы при подаче на её вход гармонического воздействия.

При определении частотных характеристик *амплитудно-фазовая характеристика (комплексная передаточная функция)* получается из передаточной функции $W(s)$ заменой переменной s на произведение $j\omega$.

$$W(j\omega) = W(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_{m-1}j\omega + b_m}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}j\omega + a_n}.$$

Существует две формы записи амплитудно-фазовой характеристики (АФХ):

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$W(j\omega) = \operatorname{Re}(\omega) + j \operatorname{Im}(\omega),$$

где

амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(\omega)^2 + \operatorname{Im}(\omega)^2};$$

фазо-частотная характеристика (ФЧХ)

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega).$$

При $|\arg W(j\omega)| \leq \frac{\pi}{2}$:

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(\omega)}{\operatorname{Re}(\omega)};$$

мнимая частотная характеристика $\text{Im}(\omega)$ – мнимая часть амплитудно-фазо-частотной характеристики;

вещественная частотная характеристика $\text{Re}(\omega)$ – вещественная часть амплитудно-фазо-частотной характеристики.

Кроме перечисленных частотных характеристик используют ещё логарифмические частотные характеристики. *Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)* определяется соотношением $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(\omega)|$. При построении ЛАЧХ по оси абсцисс откладывают частоту в логарифмическом масштабе на отметке, соответствующей значению $\lg \omega$, пишут само значение ω , а по оси ординат $L(\omega)$. *Логарифмической фазовой частотной характеристикой (ЛФЧХ)* называют график зависимости фазовой частотной функции $\varphi(\omega)$ от логарифма частоты $\lg \omega$.

Единицей измерения $L(\omega)$ является децибел, а единицей измерения логарифма частоты – декада. Декадой называется интервал, на котором частота изменяется в 10 раз. Ось ординат при построении ЛЧХ проводят через произвольную точку, а не через точку $\omega = 0$ соответствует бесконечно удалённая точка.

Рассмотрим получение и построение временных и частотных характеристик на примере апериодического звена первого порядка с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}.$$

Переходная функция определится как обратное преобразование Лапласа от выражения

$$H(s) = \frac{W(s)}{s} = \frac{k}{s(Ts + 1)}.$$

Разложим выражение $H(s)$ на простейшие дроби в соответствии с теоремой разложения. Учитывая, что в знаменателе $H(s)$ один нулевой и один вещественный корень, получим:

$$H(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{Ts + 1} = \frac{ATs + A + Bs}{s(Ts + 1)}.$$

Определим A и B из соотношения

$$ATs + A + Bs = k.$$

Сравнивая коэффициенты при соответствующих степенях s в правой и левой частях уравнения, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} AT + B = 0 \\ A = k \end{cases},$$

Отсюда

$$A = k$$

$$B = -AT = -kT.$$

Подставляя A и B в выражение для $H(s)$, получим:

$$H(s) = \frac{k}{s} - \frac{kT}{Ts + 1} = \frac{k}{s} - \frac{k}{s + \frac{1}{T}}.$$

Найдем обратное преобразование Лапласа и получим выражение для переходной функции:

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\} = k - ke^{-\frac{t}{T}} = k\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Подставляя в формулу для $h(t)$ различные значения t , получим таблицу координат переходной функции, по которой строится график кривой разгона.

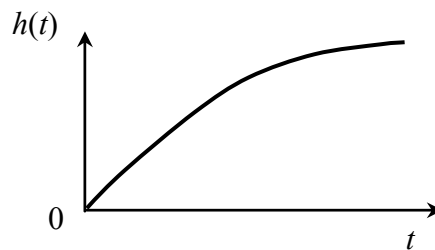


Рисунок 1 - Кривая разгона

Амплитудно-фазовую характеристику получаем заменой переменной s в передаточной функции $W(s)$ на произведение $j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + 1} = \frac{k(1 - Tj\omega)}{T^2\omega^2 + 1} = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1} - j \frac{kT\omega}{T^2\omega^2 + 1}.$$

Отсюда

вещественная частотная характеристика

$$\operatorname{Re}(\omega) = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1};$$

мнимая частотная характеристика

$$\operatorname{Im}(\omega) = \frac{-kT\omega}{T^2\omega^2 + 1};$$

амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{k^2}{(T^2\omega^2 + 1)^2} + \frac{(kT\omega)^2}{(T^2\omega^2 + 1)^2}} = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}};$$

фазо-частотная характеристика

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\frac{-kT\omega}{T^2\omega^2 + 1}}{\frac{k}{T^2\omega^2 + 1}} = \operatorname{arctg}(-T\omega) = -\operatorname{arctg}T\omega;$$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}.$$

Подставляя различные значения ω из полуинтервала $[0, \infty)$ в полученные выражения для частотных характеристик, получим значения координат соответствующих графиков, по которым строим частотные характеристики.

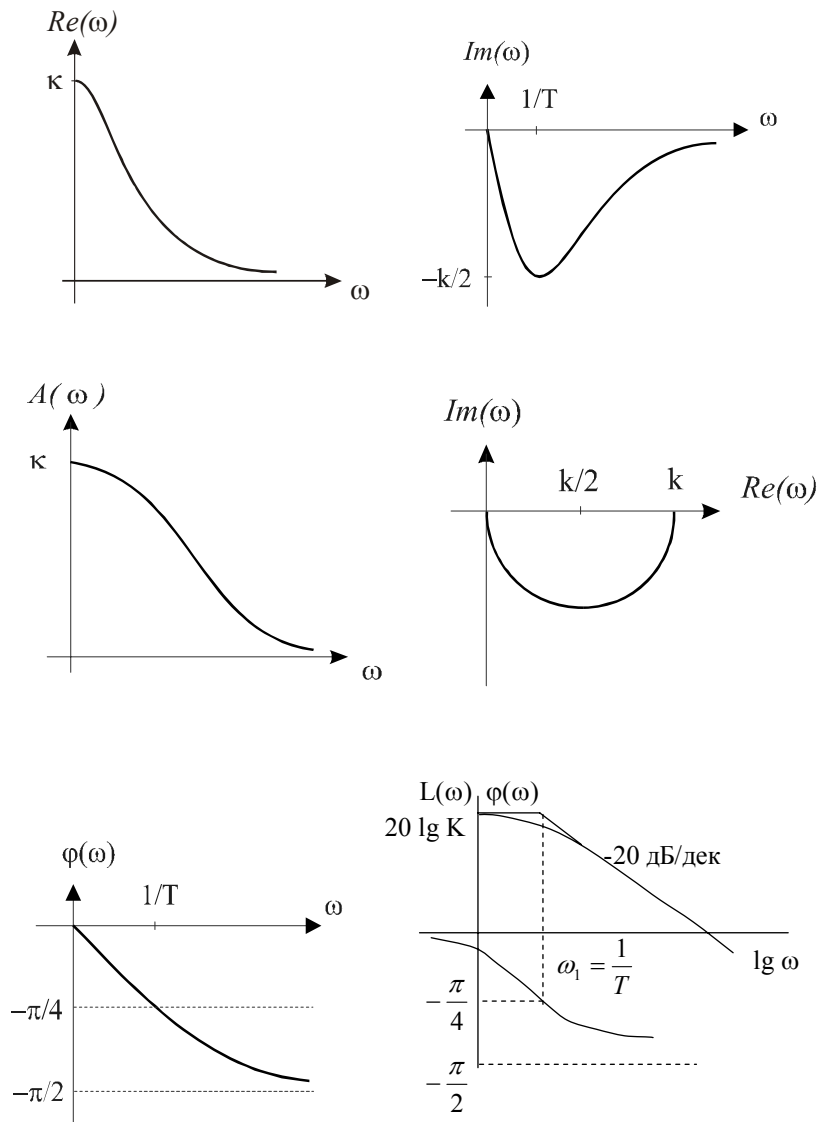
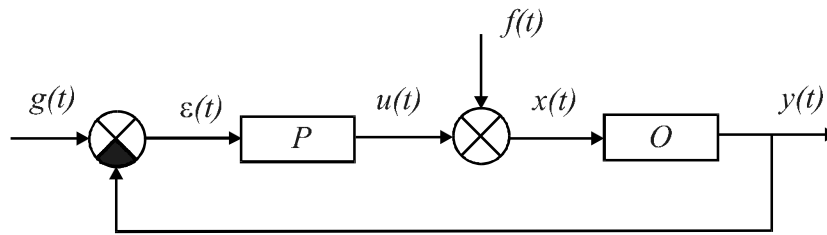


Рисунок 2 – Частотные характеристики

Контрольная работа №2

Структурная схема АСР имеет вид:



где

- P - регулятор,
- O - объект управления,
- $g(t)$ - задание,
- $\varepsilon(t)$ - рассогласование,
- $u(t)$ - управляющее воздействие,
- $f(t)$ - возмущение по нагрузке,
- $x(t)$ - входной сигнал,
- $y(t)$ - выходной сигнал.

Передаточная функция регулятора имеет вид:

$$W(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_{из} s} \right).$$

Номер структурной схемы объекта равняется численному значению первой буквы фамилии, деленной на 2. Варианты структурных схем приведены ниже. Общий вид передаточных функций объекта:

$$W_1(s) = k_1$$

$$W_2(s) = \frac{1}{T_2 s + 1}$$

$$W_3(s) = k_3$$

$$W_4(s) = \frac{1}{T_4 s + 1}.$$

Числовые значения коэффициентов передаточных функций $W_1(s)$, $W_2(s)$, $W_3(s)$ и $W_4(s)$ определяются следующим образом:

k_1 равняется порядковому номеру в алфавите первой буквы имени;

T_2 равняется порядковому номеру в алфавите первой буквы отчества;

k_3 равняется последней цифре шифра;

T_4 равняется предпоследней цифре шифра.

Задание

1. Преобразовать структурную схему объекта и получить передаточную функцию объекта

2. Получить передаточные функции по каналам:

а) нагрузка (f) - выход (y) $W_{f-y}(s)$;

б) задание (g) - выход (y) $W_{g-y}(s)$.

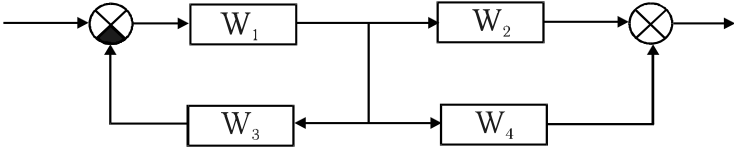
Значения κ_p и $T_{из}$ принять равными соответственно $\frac{1}{k_0}$ и T_l ,

где κ_0 - коэффициент усиления объекта, T_l - коэффициент при s в знаменателе передаточной функции объекта.

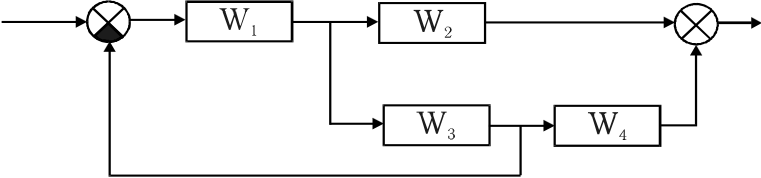
3. Определить устойчивость АСР по критерию Рауса, используя передаточную функцию $W_{g-y}(s)$.

Варианты структурных схем объекта

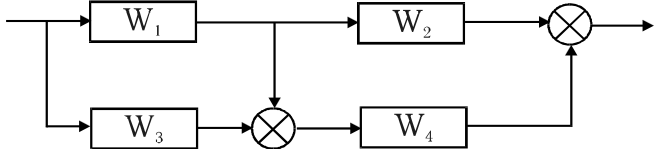
1.



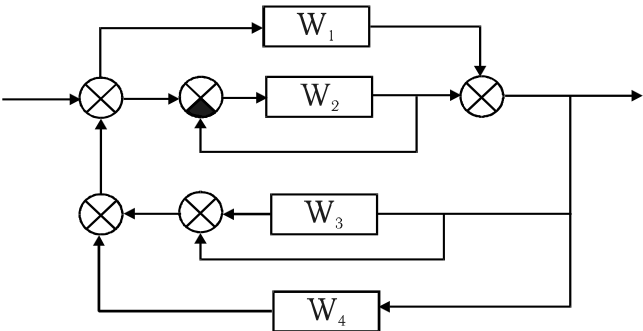
2.



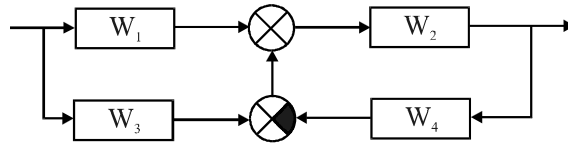
3.



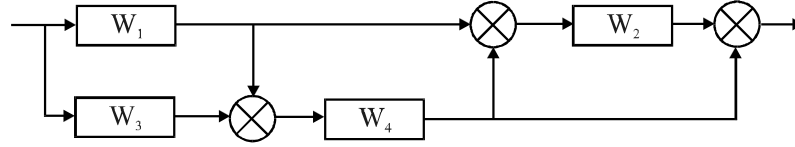
4.



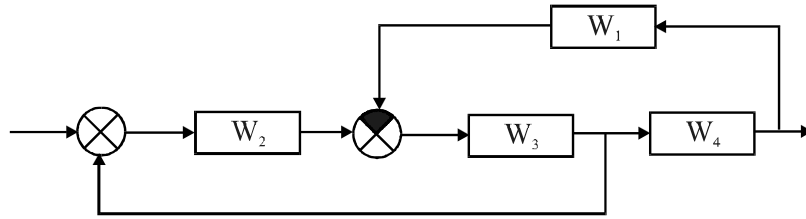
5.



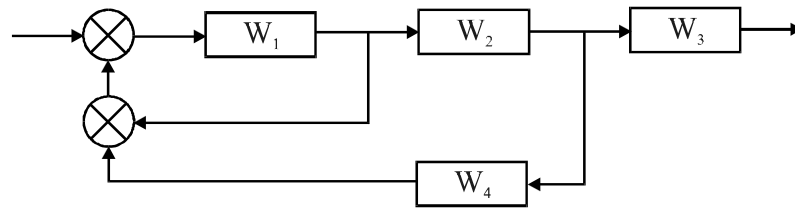
6.



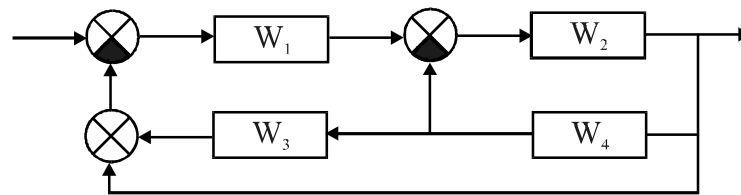
7.



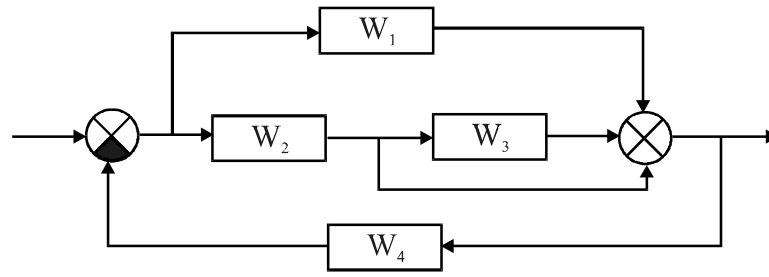
8.



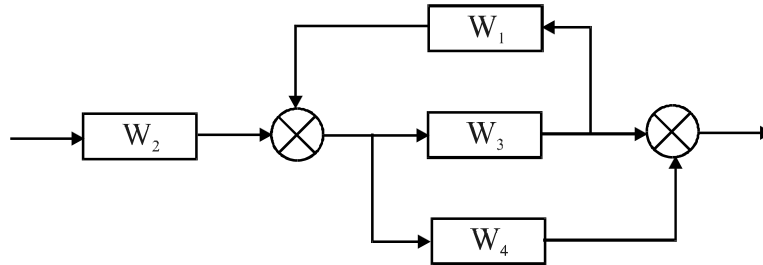
9.



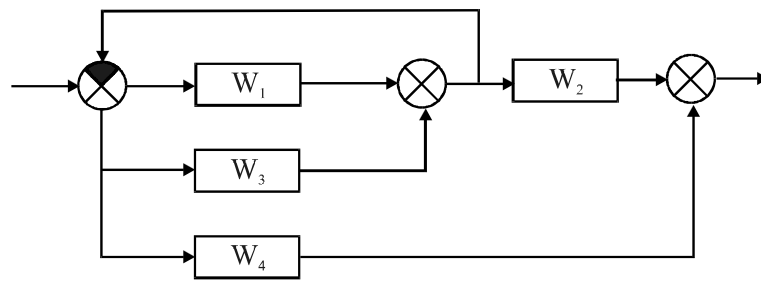
10.



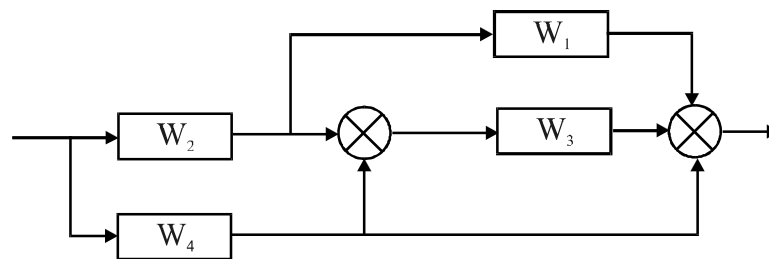
11.



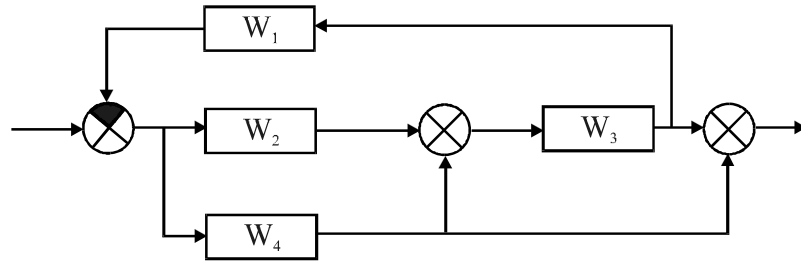
12.



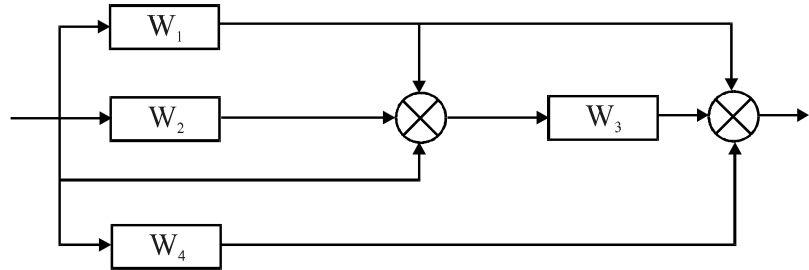
13.



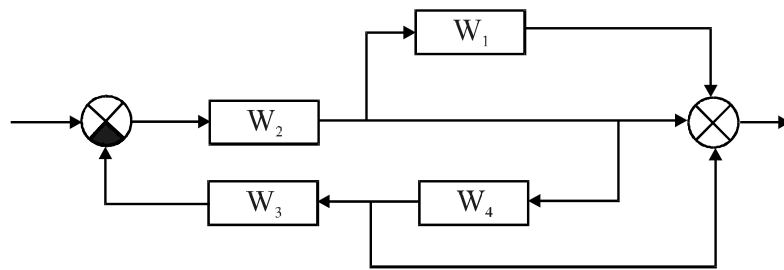
14.



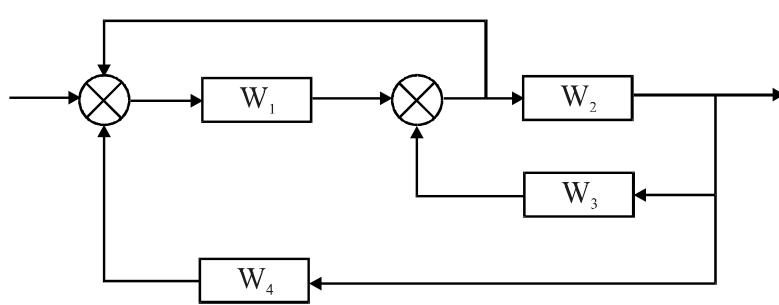
15.



16.



17.



При выполнении контрольной работы № 2 необходимо знание следующих разделов ТАУ:

1. преобразование структурных схем АСР;
2. устойчивость линейных АСР.

Структурной схемой в теории автоматического управления называют графическое изображение математической модели автоматической системы в виде соединения звеньев.

Звено на структурной схеме условно обозначают в виде прямоугольника с указанием входных и выходных величин, а также передаточной функции внутри него. Сравнивающие и суммирующие элементы изображают в виде круга, разделённого на секторы.

Структурные схемы широко используют на практике при исследовании и проектировании автоматических систем управления, так как она даёт наглядное представление о связях между звеньями, о прохождении и преобразовании сигналов в системе. По структурной схеме легче и нагляднее производить преобразования, необходимые для получения уравнений и передаточных функций системы.

Для преобразования структурной схемы объекта необходимо выделить элементы схемы, представляющие собой типовые соединения звеньев, и заменить их эквивалентными звеньями.

В схемах встречаются следующие типовые соединения:

а) *последовательное* соединение звеньев:

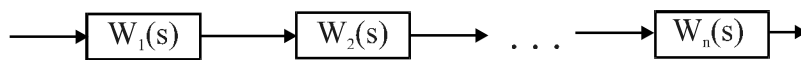


Рисунок 3 - Последовательное соединение звеньев

Эквивалентная передаточная функция имеет вид:

$$W_{\text{э}}(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot \dots \cdot W_n(s)$$

б) *параллельное* соединение звеньев:

Эквивалентная передаточная функция имеет вид:

$$W_{\text{э}}(s) = W_1(s) + W_2(s) + \dots + W_n(s).$$

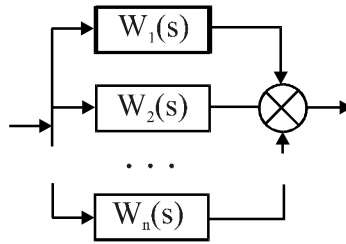


Рисунок 4 - Параллельное соединение звеньев

в) охват звена *обратной* связью:

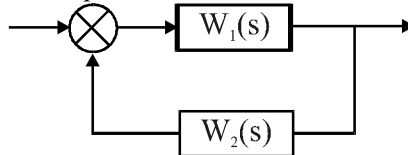


Рисунок 5 - Охват звена обратной связью

Эквивалентная передаточная функция при *положительной* обратной связи имеет вид:

$$W_{\text{э}}(s) = \frac{W_1(s)}{1 - W_1(s) \cdot W_2(s)}$$

При отрицательной обратной связи (сигнал с $W_2(s)$ подается на сумматор со знаком минус):

$$W_{\text{э}}(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s) \cdot W_2(s)}$$

Иногда при преобразовании структурной схемы для выделения типовых соединений возникает необходимость переноса узла или сумматора. В этом случае перенос осуществляется по следующим правилам:

а) перенос узла с выхода звена на его вход:



Рисунок 6 - Перенос узла с выхода звена на его вход

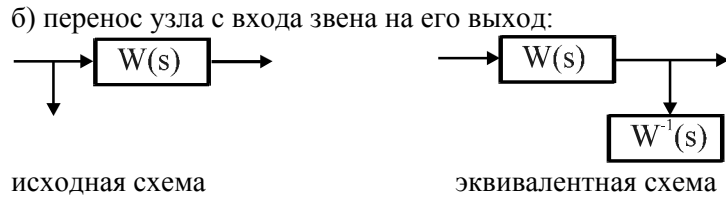


Рисунок 7 - Перенос узла с входа звена на его выход

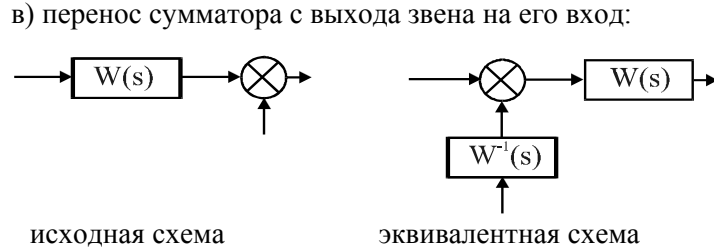


Рисунок 8 - Перенос сумматора с выхода звена на его вход

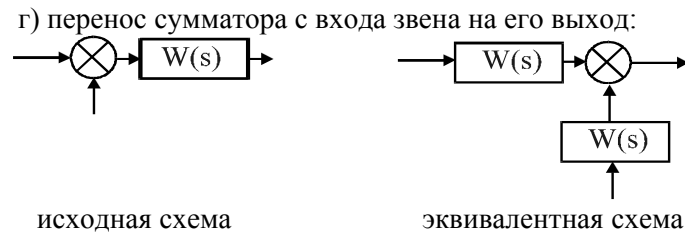


Рисунок 9 - Перенос сумматора с входа звена на его выход

В качестве примера рассмотрим структурную схему объекта:

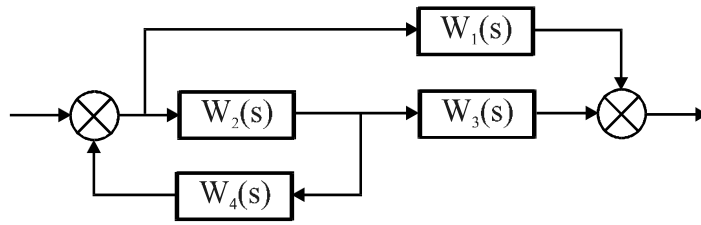


Рисунок 10 - Структурная схема объекта

Для выполнения преобразования необходимо перенести узел с входа звена $W_2(s)$ на его выход. Схема примет вид:

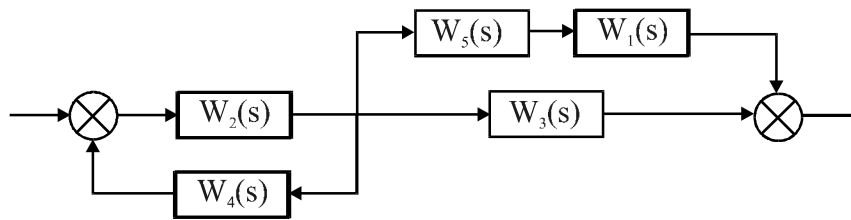


Рисунок 11 – Преобразованная структурная схема объекта

При этом $W_5(s) = \frac{1}{W_2(s)}$.

Заменяем эквивалентными звеньями последовательно соединенные звенья $W_5(s)$ и $W_1(s)$

$$W_6(s) = W_5(s) \cdot W_1(s),$$

параллельно соединенные звенья $W_6(s)$ и $W_3(s)$

$$W_7(s) = W_6(s) + W_3(s),$$

а также звено $W_2(s)$, охваченное положительной обратной связью

$$W_8(s) = \frac{W_2(s)}{1 - W_2(s) \cdot W_4(s)}.$$

Получим последовательно соединенные звенья с передаточными функциями $W_8(s)$ и $W_7(s)$.

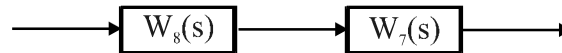


Рисунок 12 – Структурная схема после описанных преобразований

Эквивалентная передаточная функция объекта примет вид:

$$W_3(s) = W_8(s) \cdot W_7(s) = \frac{W_2(s)}{1 - W_2(s) \cdot W_4(s)} \cdot \left[W_3(s) + \frac{W_1(s)}{W_2(s)} \right].$$

Одной из важнейших характеристик работоспособности АСР является устойчивость. Условием устойчивости является отсутствие правых корней (имеющих положительную вещественную часть) в характеристическом уравнении системы.

Поиск корней для систем высокого порядка затруднителен даже с применением ЭВМ. Поэтому для упрощения анализа применяются правила, позволяющие определить устойчивость без вычисления корней. Эти правила называются *критериями устойчивости*. Критерии устойчивости подразделяются на два класса: *алгебраические и частотные*. Среди алгебраических критериев наиболее распространен критерий Рауса.

Критерий Рауса позволяет судить об устойчивости системы по коэффициентам характеристического уравнения:

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0.$$

Для расчета устойчивости составляется таблица 1, в первых двух строках записываются коэффициенты характеристического уравнения.

Любой из остальных коэффициентов таблицы определяется по формуле:

$$c_{k,i} = c_{k+1,i-2} - r_i c_{k+1,i-1},$$

где $r_i = \frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-1}}$,

k - индекс, означающий номер столбца таблицы,

i - индекс, означающий номер строки таблицы.

Число строк таблицы Рауса должно быть $n+1$, где n - порядок характеристического уравнения.

Если после составления таблицы все элементы первого столбца $c_{1,i}$ имеют один и тот же знак с a_0 , т.е. при $a_0 > 0$ положительны, то система устойчива. Так как все элементы таблицы

Рауса рассчитываются по одной формуле, то этот метод удобен для выполнения расчетов на ЭВМ.

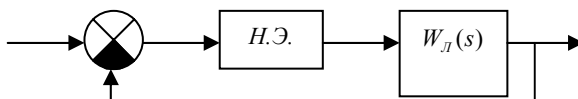
Таблица 2 - Таблица Рауса

r_i	$\begin{matrix} k \\ i \end{matrix}$	1	2	3
	1	$c_{11} = a_n$	$c_{21} = a_{n-2}$...
	2	$c_{12} = a_{n-1}$	$c_{22} = a_{n-3}$...
$r_3 = \frac{c_{11}}{c_{12}}$	3	$c_{13} = c_{21} - r_3 c_{22}$	$c_{23} = c_{31} - r_3 c_{32}$	
$r_4 = \frac{c_{12}}{c_{13}}$	4	$c_{14} = c_{22} - r_4 c_{23}$	$c_{24} = c_{32} - r_4 c_{33}$...
$r_5 = \frac{c_{13}}{c_{14}}$	5	$c_{15} = c_{23} - r_5 c_{24}$	$c_{25} = c_{33} - r_5 c_{34}$...
...
$r_i = \frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-1}}$	i	$c_{1,i} = c_{2,i-2} - r_i c_{2,i-1}$	$c_{2,i} = c_{3,i-2} - r_i c_{3,i-1}$...

Контрольная работа №3

Задание 1. Нелинейные АСР

Структурная схема АСР, состоящая из нелинейного элемента, заданного статической характеристикой, и нелинейной части, заданной передаточной функцией имеет вид:



Исследовать систему, используя метод гармонической линеаризации. Вариант выбирается из таблицы 2 и равен последней цифре шифра. Вид статической характеристики нелинейного элемента определяется номером в таблице 2.

Методические указания

Для выполнения задания 1 необходимы знания разделов курса ТАУ, посвященных нелинейным системам.

В предложенной для анализа нелинейной АСР, состоящей из линейной части и нелинейного элемента, необходимо оценить устойчивость, определить амплитуду и частоту автоколебаний.

Разработанные в настоящее время точные методы исследования АСР практически могут применяться для систем, описываемых дифференциальным уравнением невысокого порядка, и часто сложны для инженерного пользования. Поэтому в инженерной практике большое применение находят приближённые методы, основанные на замене действительных зависимостей между входной и выходной переменными приближёнными линейными.

Одним из таких методов является метод *гармонической линеаризации*. При подаче на вход нелинейного звена гармонических колебаний сигнал на выходе будет также периодическим, но не гармоническим. Идея гармонической линеари-

зации состоит в том, что выходные периодические колебания $y(t)$ разлагают в ряд Фурье и для дальнейших исследований ограничиваются рассмотрением лишь первых гармоник этого ряда. В этом случае нелинейная зависимость

$$y(t) = f(A \sin \varphi)$$

заменяется приближённой

$$y(t) = a_0 + a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi = a_0 + q_1 x + \frac{q_2 x}{\omega},$$

где

$$\varphi = \omega \cdot t;$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(A \cdot \sin \varphi) d\varphi;$$

$$q_1 = \frac{1}{A\pi} \int_0^{2\pi} f(A \cdot \sin \varphi) \cdot \sin \varphi d\varphi;$$

$$q_2 = \frac{1}{A\pi} \int_0^{2\pi} f(A \cdot \sin \varphi) \cdot \cos \varphi d\varphi.$$

Коэффициенты q_1 и q_2 называются *гармоническими коэффициентами* нелинейного звена. Для нечётных характеристик $a_0=0$, для однозначных $q_2=0$. В таблице 3 приведены графики и формулы для вычисления для некоторых типовых нелинейных характеристик.

Комплексный гармонический коэффициент усиления для однозначных нечётных характеристик определяется по формуле

$$K_H(A) = q_1(A).$$

Если известно, что линейная часть системы описывается передаточной функцией $W_n(s)$, а нелинейное звено имеет комплексный гармонический коэффициент усиления $K_H(A)$, то условие возникновения автоколебаний, согласно критерию Найквиста, запишется в виде:

$$W_n(j\omega) \cdot K_H(A) = -1$$

или

$$W_n(j\omega) = -\frac{1}{K_H(A)}$$

Таблица 3 – Вид нелинейного элемента

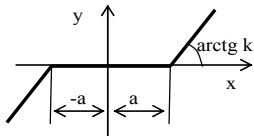
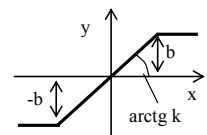
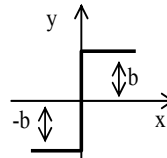
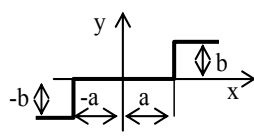
№	Статическая характеристика	$q_1(A)$
1	<p>Нечувствительность</p> 	$k - \frac{2k}{\pi} \left(\arcsin \frac{a}{A} + \frac{a}{A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right)$
2	<p>Ограничение</p> 	$\frac{2k}{\pi} - \left(\arcsin \frac{b}{kA} + \frac{b}{kA} \sqrt{1 - \frac{b^2}{k^2 A^2}} \right)$
3	<p>Идеальная релейная</p> 	$\frac{4b}{\pi A}$
4	<p>Релейная с зоной нечувствительности</p> 	$\frac{4b}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{a^2 A^2}{A^2}}$

Таблица 4 – Параметры АСР

№ варианта	$W_H(s)$	Вид статической характеристики	Параметры системы				
			T	K	a	b	k
0	$\frac{K}{(Ts+1)^3}$	1	1.5	3.0	1.2	-	1
1	$\frac{K}{s(Ts+1)^2}$	2	2.0	3.6	-	1.5	1
2	$\frac{K}{(Ts+1)^3}$	3	0.9	4.0	-	2.5	-
3	$\frac{K}{s(Ts+1)^2}$	4	1.3	3.8	0.5	1.8	-
4	$\frac{K}{s(Ts+1)^2}$	1	1.7	3.1	1.5	-	1
5	$\frac{K}{(Ts+1)^3}$	2	2.2	3.9	-	2.0	1
6	$\frac{K}{s(Ts+1)^2}$	3	1.4	4.1	-	1.0	-
7	$\frac{K}{(Ts+1)^3}$	4	0.8	3.4	1.0	0.8	-
8	$\frac{K}{s(Ts+1)^2}$	1	1.6	3.7	2.0	-	1
9	$\frac{K}{(Ts+1)^3}$	2	1.9	3.2	-	1.5	1

Для определения параметров автоколебаний частоты ω_0 и амплитуды A_0 решение удобно проводить графически. Для этого в комплексной плоскости строят графики $W_H(j\omega)$ и $-\frac{1}{K_H(A)}$. Если они пересекаются, то в системе возможны автоколебания, если не пересекаются, автоколебания невозможны. Параметры автоколебаний ω_0 и A_0 определяются точкой пересечения.

чения графиков $W_x(j\omega)$ и $-\frac{1}{K_H(A)}$; ω_0 по $W_x(j\omega)$ и A_0 по $-\frac{1}{K_H(A)}$.

Определение устойчивости автоколебаний производится по следующему правилу: если $W_x(j\omega)$ при изменении от 0 до ∞ охватывает часть $\frac{1}{K_H(A)}$, соответствующую увеличению амплитуды, автоколебания неустойчивые. В противном случае - устойчивые.

Задание 2. Цифровые АСР

Непрерывная передаточная функция объекта имеет вид:

$$W_0(s) = \frac{k(T_4s + 1)}{(T_2s^2 + T_1s + 1)(T_2s + 1)}.$$

Числовые значения коэффициентов передаточной функции определяются следующим образом:

k равняется порядковому номеру в алфавите первой буквы имени;

T_1 равняется порядковому номеру в алфавите первой буквы отчества;

T_2 равняется порядковому номеру в алфавите первой буквы фамилии;

T_3 равняется последней цифре шифра,

T_4 равняется предпоследней цифре шифра.

1. Определить по непрерывной передаточной функции z -передаточную функцию. Произвести обратное z -преобразование, т. е. получить разностное уравнение объекта. Такт дискретности T_0 равняется последней цифре шифра плюс 1.

2. Рассчитать любым известным способом настройки непрерывного ПИ-регулятора и получить его дискретное представление.

Методические указания

Для выполнения задания 2 необходимо знание следующих разделов ТАУ:

1. цифровые системы управления,
2. синтез автоматических систем регулирования.

Для нахождения дискретной передаточной функции (Z - передаточной функции) после определения числовых значений коэффициентов непрерывной передаточной используется формула:

$$W_0(z) = \frac{z-1}{z} \cdot z \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}.$$

Выражение $\frac{W(s)}{s}$ представляется как сумма дробей (см.

контрольную работу № 1). Для выполнения операции $z \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}$ необходимо воспользоваться таблицей z -преобразований (таблица 4).

В качестве примера рассмотрим аperiodическое звено первого порядка с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}.$$

Выражение $\frac{W(s)}{s}$ раскладывается на простейшие дроби

(см. методические указания к контрольной работе № 1):

$$\frac{W(s)}{s} = \frac{k}{s(Ts + 1)} = \frac{k}{s} - \frac{k}{s + \frac{1}{T}}.$$

Откуда

$$\begin{aligned}
W(z) &= \frac{z-1}{z} \cdot z \left\{ \frac{k}{s} - \frac{k}{s + \frac{1}{T}} \right\} = k \frac{z-1}{z} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z - e^{-\frac{T_0}{T}}} \right] = \\
&= k \frac{z-1}{z} \left[\frac{z \left(z - e^{-\frac{T_0}{T}} \right) - z(z-1)}{(z-1) \left(z - e^{-\frac{T_0}{T}} \right)} \right] = \\
&= k \frac{1 - e^{-\frac{T_0}{T}}}{z - e^{-\frac{T_0}{T}}}.
\end{aligned}$$

Подставив числовые значения k , T_0 , T получим z -передаточную функцию. Числитель и знаменатель выражения $W(s)$ делим на z^n , где n – показатель степени знаменателя:

$$W(z) = \frac{k \left(1 - e^{-\frac{T_0}{T}} \right) \cdot z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T_0}{T}} z^{-1}}.$$

После определения z -передаточной функции необходимо провести проверку. Должно выполняться условие:

$$\frac{\sum b_i}{\sum a_i} = k.$$

Проверяем это условие для нашего примера

$$\frac{k \left(1 - e^{-\frac{T_0}{T}} \right)}{1 - e^{-\frac{T_0}{T}}} = k,$$

т.е. преобразование выполняется верно.

Определим разностное уравнение объекта:

$$W(z) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}$$

$$c_0[n] - e^{-\frac{T_0}{T}} c_0[n-1] = k \left(1 - e^{-\frac{T_0}{T}} \right) d_0[n-1].$$

После определения настроек ПИ-регулятора любым известным способом аналогично вышеизложенной методике находится z -передаточная функция регулятора и его разностное уравнение.

Таблица 5 – Преобразование Лапласа и Z - преобразование

X(t)	X(s)	X(z)
1	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T_0 z}{(z-1)^2}$
t ²	$\frac{2}{s^3}$	$\frac{T_0 z(z+1)}{(z-1)^3}$
e ^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT_0}}$
sin ωt	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{z \sin \omega T_0}{z^2 - 2z \cos \omega T_0 + 1}$
cos ωt	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{z(z - \cos \omega T_0)}{z^2 - 2z \cos \omega T_0 + 1}$
e ^{-at} sin ωt	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$\frac{ze^{-aT_0} \sin \omega T_0}{z^2 - 2ze^{-aT_0} \cos \omega T_0 + e^{-2aT_0}}$
e ^{-at} cos ωt	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$\frac{z^2 - ze^{-aT_0} \cos \omega T_0}{z^2 - 2ze^{-aT_0} \cos \omega T_0 + e^{-2aT_0}}$

Библиографический список

- 1 Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. - СПб.:Профессия, 2007. - 749 с.
- 2 Гайдук, А.Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB :учеб. пособ. / А.Р. Гайдук, В.Е. Беляев, Т.А. Пьявченко. - 2-е изд., испр. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2011. - 463 с.
- 3 Шишмарев В.Ю. Основы автоматического управления: учеб. пособ. / В.Ю. Шишмарев. - М.:Академия, 2008. -348 с. - (Высш. проф. образ.).
- 4 Савин М.М. Теория автоматического управления :учеб.пособ. / М.М. Савин, В.С. Елесуков, О.Н. Пятина; ред. В.И. Лачин. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. - 469 с.
- 5 Петраков, Ю.В. Теория автоматического управления технологическими системами : учеб. пособ. / Ю.В. Петраков, О.И. Драчев. - . - М. : Машиностроение, 2008. -336 с. : рис. + 1 CD. - (Для ВУЗов). - Библиогр.: с. 336.
- 6 Корнеев Н.В. Теория автоматического управления с практикумом : учеб. пособ. для вузов / Н.В. Корнеев, Ю.С. Кустарёв, Ю.Я. Морговский. - М.: Академия, 2008. -219 с. - (Высш. проф. образ.).
- 7 Певзнер Л.Д. Теория систем управления. -М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2002. -472 с.
- 8 Методы классической и современной теории автоматического управления: учеб. для вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. т.1 : Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления. - 654 с. т.2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. - 638 с. т.3 : Синтез регуляторов систем автоматического управления. - 614 с. т.4: Теория оптимизации систем автоматического управления. - 741 с. т.5 : Методы современной теории автоматического управления. - 782 с.

Для заметок

Учебное издание

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Программа курса, методические указания
и контрольные задания**

Составители: СИЛИН Владимир Васильевич
МАСЛОВА Наталия Васильевна

Редактор Е.М. Туманова
Компьютерный набор Н.В. Маслова

Подписано в печать 2014. Формат 60×84 1^{/16}.
Бумага «Снегурочка». Отпечатано на ризографе.
Усл. печ. л. 2,2. Уч.-изд.л.1,5.
Тираж 50 экз. Заказ №

Российский химико-технологический университет им. Д.И.Менделеева
Новомосковский институт. Издательский центр
Адрес университета: 125047, Москва, Миусская пл., 9
Адрес института: 301670, Новомосковск, Тульской обл., Дружбы, 8