МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РОССИЙСКИЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Д.И.МЕНДЕЛЕЕВА

НОВОМОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ

Л.А. АРТАМОНОВА, И.Б. МАРТЫНЕНКО

СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ

Утверждено Редакционно-издательским советом института
в качестве учебного пособия

Новомосковск 2002

ББК 22.1
УДК 517.8
А 84

Рецензенты:
канд. тех. наук, акад. МАСИ, Новомосковский институт Российского химико-технологического университета им. Д.И. Менделеева
Ю.Д. Земляков
канд. тех. наук, доц., Новомосковский институт азотной промышленности
В.Н. Ефремов
канд. тех. наук, доц., Новомосковский институт Российского химико-технологического университета им. Д.И. Менделеева
В.Н. Винокуров

Артамонова Л.А., Мартыненко И.Б.
А 84 Сетевые модели экономики: Учеб. пособие. /РХТУ им. Д.И. Менделеева. Новомосковский институт, Новомосковск, 2002, 59 с.
ISBN 5-7237-0353-6

В данном пособии изложен материал, позволяющий получить достаточно полное представление о возможностях практического использования сетевых моделей для планирования и управления производством, проектами и пр. В пособии изложена теория и методы построения сетевых моделей, дан анализ различных подходов к проблеме принятия решений с использованием сетевых моделей. В пособии изложены новейшие методики исследования сетей и приведены программные разработки авторов, реализующие отдельные методики. Учебное пособие предназначено для студентов специальностей 061100, 060500, 210200, а также аспирантов и научных и руководящих работников занимающихся сетевым планированием и управлением.

Табл. 13. Ил. 37. Библиогр.: 13 назв.

ББК 22.1
УДК 517.8

ISBN 5-7237-0353-6

Введение

В современных условиях объекты новой техники любой отрасли производства характеризуются большой сложностью и требуют четкой координации действий исполнителей. В начале 60-х годов в нашей стране началось внедрение сетевого планирования и управления – системы научного подхода к руководству сложными комплексами работ.

Впервые сетевое планирование было применено в США в конце 50-х годов. Первоначальное название его было CPM (Critical Path Method – метод критического пути). В настоящее время наиболее распространенное название этой системы PERT (Program Evaluation and Review Technique – техника оценки и контроля производственных программ) /1/.

Сетевые графики являются базой для изображения технической последовательности выполнения работ, реализующих любой сложный процесс. Наглядность и логическая обоснованность методов сетевого анализа позволяет выбрать довольно естественный подход к решению поставленных задач. Сетевые модели для людей, не занимающихся научной работой, являются более понятными, чем другие модели. Удобство зрительного восприятия, возможность выявить главное, относительная простота вычислений делают рассматриваемый метод пригодным для анализа систем любой природы.

Сетевое планирование позволяет наглядно представить взаимосвязь и взаимозависимость между отдельными элементами систем, определить те работы, которые лимитируют выполнение других работ и всего плана в целом.

1 Понятие о сетевом планировании и управлении

1.1 Основные понятия теории графов

Модели сетевого планирования основываются на теории графов /2, 3/.

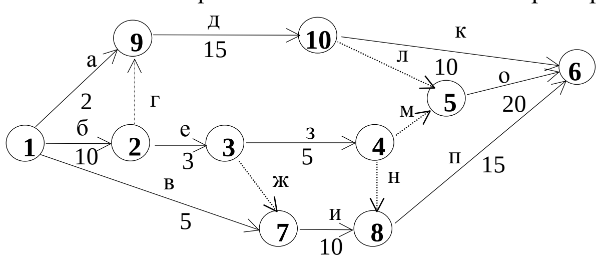


Рис.1.1 Ориентированный граф

Граф представляет собой совокупность двух множеств V (точек) и E (линий), между элементами которых существует отношение соответствия. Элементы множества V называются *вершинами* графа, а элементы множества E – его *ребрами*. Вершины и ребра графа называются его *элементами*. Если каждому ребру можно приписать направление от одной вершины к другой, то такие направленные ребра называются *дугами*. Граф, содержащий вершины и дуги, называется *ориентированным*. Первая вершина дуги ориентированного графа называется его началом, вторая – его концом.

Обычно рассматриваемые графы конечны, то есть, конечны множества их вершин и ребер.

При изображении ориентированных графов вершины обозначаются окружностями небольшого диаметра, а дуги – стрелками, указывающими их направление (рис.1.1).

Задать граф – значит описать множества V и E его вершин и дуг, а также отношения соответствия /2/. Когда граф конечный, для описания необходимо пронумеровать его вершины и дуги. Например, на рис. 1.1 представлен граф, имеющий 10 вершин (1 – 10) и 15 дуг (а – п). Отношения соответствия можно определить *матрицей инцидентности* x_{ij}, которая представлена в табл. 1.1 и имеет 15 строк и 10 столбцов.

Таблица 1.1

Матрица инцидентности

	Вершины									
Дуги	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
а	–1								1	
б	–1	1								
в	–1						1			
г		–1							1	
д									–1	1
е		–1	1							
ж			–1				1			
з			–1	1						
и							–1	1		
к						1				–1
л					1					–1
м				–1	1					
н				–1				1		
о					–1	1				
п						1		–1		

Если v_k – вершина дуги a_i, то элемент матрицы инцидентности $x_{ik} = –1$, если v_j – конец дуги a_i, то $x_{ij} = 1$. Остальные элементы матрицы равны нулю. Отношения соответствия можно задать также списком дуг (ребер) графа (табл. 1.2).

Каждая строка этого списка соответствует дуге и номерам вершин, которые она соединяет. Часто достаточно только пронумеровать вершины графа. В этом случае для описания отношений соответствия используется матрица смежности графа /2/. Это квадратная матрица S_{ij}, столбцы и строки которой соответствуют вершинам графа. Строки характеризуют начала дуг, а столбцы их концы. Элемент матрицы смежности S_{ij} равен 1 если дуга выходит из вершины v_i и приходит в вершину v_j. Остальные элементы матрицы смежности равны 0 (табл. 1.3).

Таблица 1.2

Список ребер графа

Ребра	Вершины	Ребра	Вершины
а	1—9	и	7—8
б	1—2	к	10—6
в	1—7	л	10—5
г	2—9	м	4—5
д	9—10	н	4—8
е	2—3	о	5—6
ж	3—7	п	8—6
з	3—4		

Таблица 1.3

Матрица смежности

Выходы (начала дуг)	Входы (концы дуг)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		1					1		1	
2			1						1	
3				1			1			
4					1			1		
5						1				
6										
7								1		
8						1				
9										1
10					1	1				

В этом случае дуги обозначаются начальной и конечной вершинами графа: 1–2, 1–7, 7–8.

1.2 Понятие сетевой модели

Сетевая модель с математической точки зрения представляет собой ориентированный конечный граф, вершины которого отображают события, а дуги, соединяющие вершины, – элементарные операции (работы) /1, 6, 7/. То есть сетевая модель – это графическое изображение планируемого процесса (технологического процесса, строительства, проекта, разработки и т.п.), отображающее взаимосвязь и последовательность входящих в него работ.

В основе сетевой модели лежат два понятия: событие и работа.

Событие – это результат выполнения одной или нескольких работ, необходимый для начала следующих работ. Под термином "событие", например, можно понимать следующее:

– заказ оформлен;
– закончен монтаж оборудования на фундаменты;
– произведено испытание опытного образца;
– выполнен демонтаж механизма;
– выполнен ремонт механизма и пр.

Событие не имеет продолжительности. Если событие свершилось, то это означает, что немедленно могут быть начаты последующие работы. Если хотя бы одна из последующих работ не может быть начата, событие нельзя считать совершившимся.

Использование понятия "событие" в качестве важного элемента плана существенно отличает сетевой график от других методов планирования.

Различают следующие виды событий:

– *исходное событие* – событие, которое не является результатом какой-либо работы, поэтому не имеет предшествующих работ и событий (вершина 1 на рис. 1.1);
– *промежуточное событие* (или просто *событие*) – событие, имеющее предшествующее и последующее работы (см. рис. 1.1, вершины 2–5, 7–10).
– *завершающее событие* – событие, которое в данной сети не имеет последующих работ и событий (см. рис. 1.1, вершина 6);
– *начальное событие* – событие, непосредственно предшествующее данной конкретной работе (например, вершина 1 для дуги a, рис. 1.1);
– *конечное событие* – событие, непосредственно следующее за данной работой (например, вершина 9 для дуги a, рис. 1.1).

В сетевой модели всегда существует одно исходное событие и одно или несколько завершающих событий (в последнем случае сетевая модель называется многоцелевой).

Работа – это некоторый процесс, который связывает между собой события или переводит одно событие в другое. В понятие работа входит:

– *действительная работа* – работа, требующая затрат времени и ресурсов (например, рытье котлована, любая технологическая операция, выполняемая на производственном оборудовании, разработка конструкции изделия, укладка фундамента, сборка машины, наладка оборудования и др.);
– *ожидание* – это процесс, который требует только затрат времени и не нуждается в использовании ресурсов (например, процесс остывания детали, затвердевание бетона, процессы брожения и др.);
– *фиктивная работа* (*зависимость*) – логическая связь между двумя или несколькими событиями, которая не требует для своего осуществления ни

затрат времени, ни ресурсов. Этот вид работы указывает только на то, что последующая работа не может начаться без окончания данной работы.

Действительные работы и ожидания изображаются в модели сплошными стрелками, зависимости – пунктирами. Ориентация дуг (работ) осуществляется при построении модели процесса в соответствии с технологией этого процесса.

2 Построение сетевых моделей

Сетевые модели часто называют сетевыми графиками. В графическом представлении сетевая модель должна иметь простую форму при минимальном пересечении отдельных работ и максимальном их горизонтальном расположении.

В сетевой модели должны четко отражаться технологическая зависимость и очередность отдельных работ. График легко читается и рассчитывается, если все дуги имеют направление слева направо.

В настоящее время получили распространение два способа построения сетевых графов. Первый заключается в том, что сначала составляется перечень работ, а затем на его основе формируется сетевой граф.

По второму способу сетевой граф создается сразу, без использования перечня работ. При этом построение можно вести “слева направо”, т. е. начиная с начального события, или “справа налево”, когда первым изображается конечное событие – конечная цель разработки, а затем все остальные работы, обеспечивающие достижение этой цели.

2.1 Правила построения сетевых моделей

При построении сетевых моделей рекомендуется соблюдать следующие правила:

1) В сетевых графиках не должно быть “тупиков”, т.е. событий, из которых не выходит ни одна работа, за исключением завершающего события. Например, на рис. 2.1 событие 4 – тупиковое, поэтому необходимо рассмотреть работу 1 – 4 более внимательно:

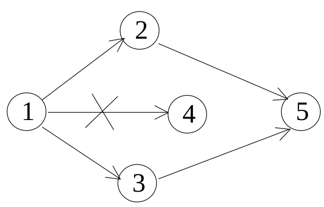


Рис. 2.1 Иллюстрация к правилу 1

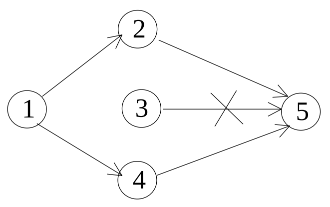


Рис. 2.2 Иллюстрация к правилу 2

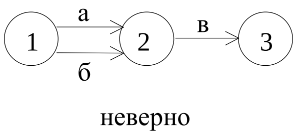
a) она может быть не нужна, а если нужна, надо установить логическую связь между 4 и завершающим 5 событиями;

b) в графике допущена ошибка (потеряна одна или несколько работ).

2) В сетевых графиках не должно быть событий, кроме исходного события,

которым не предшествовала хотя бы одна работа. Такие события получили название хвостовых. Возникновение таких событий помимо простой ошибки может явиться результатом того, что предшествующие им работы вообще не предусмотрены. Например, на рис. 2.2 таким является событие 3. Это означает, что, если не исправить положение, событие 3 вообще может не случиться (не свершится), а поэтому не может быть выполнена и следующая за ним работа 3—5.

3) Между двумя событиями не может быть двух работ. Ошибки такого рода возникают при изображении параллельно выполняемых работ. Если событие служит началом нескольких работ, заканчивающихся одним и тем же другим событием, то в этом случае вводят дополнительное событие и связывают его фиктивной работой (смотри рис. 2.3).



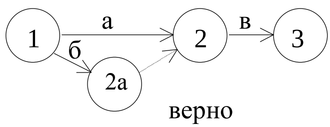


Рис. 2.3 Иллюстрация к правилу 3

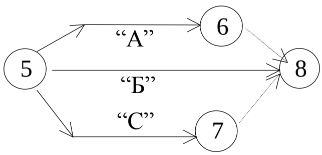


Рис. 2.4 Иллюстрация к правилу 4

4) При выполнении параллельных работ, заканчивающихся каким-либо общим для них событием, вводятся фиктивные работы и дополнительные события (рис. 2.4) по всем параллельным работам, кроме одной (любой из них). Наличие в сети нескольких работ с одинаковыми начальными и конечными событиями, то есть одинаковые обозначения различных работ не допускается.

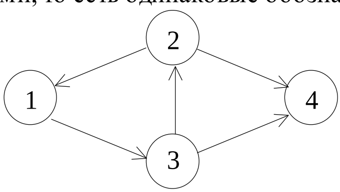
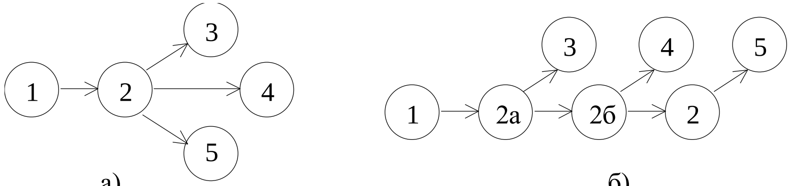


Рис. 2.5 Иллюстрация к правилу 5

5) В сетевом графе не должно быть замкнутых контуров (циклов), т.е. путей, приводящих к событию, из которого они вышли (смотри рис. 2.5).

6) Если какие-либо сложные работы могут быть начаты до полного окончания предшествующей им работы, то последняя изображается как ряд последовательно выполняемых работ, завершающихся определенным событием.

Например, по условию (рис. 2.6 а) работы 3 и 4 могут быть начаты раньше свершения события 2, поэтому на графике это надо отразить так, как

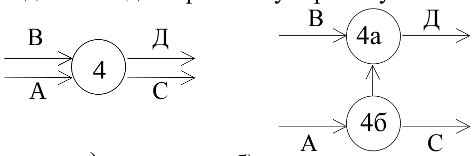


а) б)

рис. 2.6 Иллюстрация к правилу 6

показано на рис. 2.6 б, т.е. ввести промежуточные события и разбить работу 1–2 на три составляющие 1–2а, 2а–2б, 2б–2.

7) В ситуациях с зависимыми и независимыми исходными работами необходимо вводить фиктивную работу.



а) б)

Рис. 2.7 Иллюстрация к правилу 7

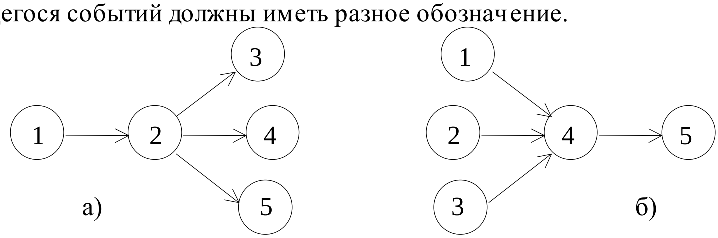
Например, на рис. 2.7 а в событие 4 входят две работы А и В, исходящая работа С не зависит от выполнения работы В, а начало выполнения работы Д зависит от окончания работ А и В. В сетевой модели это следует изобразить графом, представленным на рис. 2.7 б.

8) Чтобы правильно пронумеровать сетевой граф, находят исходное событие, т.е. такое, в которое не входит ни одна стрелка-работа, и присваивают ему номер **1**. Затем вычеркивают все выходящие из него работы и на оставшейся части сети снова находят событие, в которое не входит ни одна стрелка. Это событие нумеруют **2,** отбрасывают выходящие из него работы и т. д.

Если при вычеркивании окажется, что не одно, а два или несколько событий не имеют входящих стрелок, то в этом случае нумерация может быть произвольной. Обычно последовательно выбирается одна из ветвей и нумеруется до конца, затем вторая и т. д.

9) Обозначение работ производится двумя цифрами: номером предшествующего i-го события и номером последующего j-го события: i–j.

10) Несколько работ, имеющих общее начальное событие, называется *расходящимися* (рис. 2.8 а). Несколько работ, имеющих общее конечное событие, называется с*ходящимися* (рис. 2.8 б). Однако все работы для расходящегося и сходящегося событий должны иметь разное обозначение.



а) б)

Рис. 2.8 Иллюстрация к правилу 8

Ошибки в топологии сети приводят к неверному определению параметров модели в целом и параметров отдельных работ.

Проверку правильности составления сетевой модели можно выполнить, используя элементы методов анализа сложных систем /4, 5, 11, 12/. В приложении 1 приведены программы, разработанные авторами пособия и написанные на встроенном языке программирования MathCad. Эти программы позволяют выполнить проверку правильности составления и нумерации сетевой модели.

3 Параметры сетевых моделей

3.1 Продолжительность работ

Одним из основных параметров сетевых моделей является *продолжительность* выполнения работ модели: действительных работ и ожиданий. При этом под продолжительностью работ может пониматься:

- время выполнения работы;
- материальные ресурсы;
- людские ресурсы;
- экономический эквивалент и пр.

Продолжительность выполнения работ можно определить одним из трех методов:

- по действующим нормативам (берутся из таблиц нормативов);
- по аналогии с ранее выполнявшимися работами;
- на основании экспертных оценок.

При использовании экспертных оценок следует учитывать, что работы, как правило, могут выполняться в разных условиях, поэтому берется усредненное время. Оно рассчитывается по формуле:

$$t_{\text{ож}} = \frac{t_{\mathbf{min}} + 4t_{\text{вер}} + t_{\mathbf{max}}}{6} \qquad (1)$$

где $t_{\text{ож}}$ – ожидаемое время выполнения данной работы;

$t_{\min}$ (или его еще называют $t_{\text{опт}}$ – оптимистическое) – время выполнения работы в наиболее благоприятных условиях;

$t_{\text{вер}}$ – вероятная оценка продолжительности работ по мнению специалистов или нормировщиков. Для нее устанавливается коэффициент 4.

$t_{\max}$ (или t пессимистическое) – время выполнения работы в наиболее неблагоприятных условиях.

При использовании только двух оценок (оптимистической и пессимистической) усредненное время можно определить зависимостью

$$t_{\text{ож}} = \frac{3t_{\mathbf{min}} + 2t_{\mathbf{max}}}{5} \qquad (2)$$

3.2 Пути в сетевой модели

В сетевой модели путем называется непрерывная последовательность работ. Длина пути также относится к основным параметрам модели.

Длиной или *продолжительностью пути* называется суммарная_продолжительность лежащих на нем работ и ожиданий. Длину пути исчисляют по ходу порядковых номеров событий (от исходного к завершающему). Различают несколько видов путей: предшествующий событию, полный, критический. При разработке сетевого графика выявляют и исследуют все пути между его исходным и завершающим событиями и выделяют путь наибольшей продолжительности, который носит название *критического пути*.

Например, на рис. 1.1 изображена сетевая модель, имеющая восемь путей, продолжительность которых равна следующим величинам (под дугами приведена продолжительность каждой работы):

1	1–2–3–4–5–6	: 10 + 3 + 5 + 0 + 20=38	
2	1–2–3–4–8–6	: 10 + 3 + 5 + 0 + 15=33	
3	1–2–3–7–8–6	: 10 + 3 + 0 + 10 + 15=38	
4	1–2–9–10–6	: 10 + 0 + 15 + 10=35	
5	1–2–9–10–5–6	: 10 + 0 + 15 + 0 + 20=**45**	критический путь
6	1–7–8–6	: 5 + 10 + 15=30	
7	1–9–10–6	: 2 + 15 + 10=27	
8	1–9–10–5–6	: 2 + 15 + 0 + 20=37	

Работы, лежащие на критическом пути, называются *критическими работами*. Критический путь определяет общую продолжительность планируемой работы. Соответственно, сокращение его или увеличение критического пути (критических работ) сокращает или удлиняет срок планируемой работы.

Путь называется *подкритическим*, если имеет продолжительность пути меньше критической, но наиболее близкую к ней. Остальные пути имеют меньшую продолжительность, следовательно, у работ, лежащих на этих путях, имеются запасы времени (резервы времени). В пределах запасов времени можно увеличивать продолжительность некритических работ, освобождая при этом ресурсы для критических работ. Критический путь не является постоянным в течение всего периода исследования объекта. На критическом пути могут оказаться то одни, то другие работы в зависимости от влияния тех или иных факторов на ход моделируемого объекта.

Для определения всех путей, имеющихся в сетевой модели, можно воспользоваться методами теории графов и их матричными эквивалентами /1/ или нижеприведенной методикой расчета сетевого графика (смотри п.4).

Пути, связывающие исходные и завершающие события, называются *полными*, все другие пути *неполные*.

В приложениии 2 приведены программы, разработанные авторами пособия и написанные на встроенном языке программирования MathCad, позволяющие выделить все полные пути сетевой модели, оценить их продолжительность и выбрать работы, лежащие на критическом пути. В основу разработанных алгоритмов положены элементы методов анализа сложных систем /4, 5, 7, 11, 12/.

3.3 Временные параметры сетевой модели

1. *Ранний срок наступления событий* ($T_i^р$) и *раннее начало* непосредственно следующих за ним работ ($T_{i–j}^{рн}$) – время самого раннего из возможных сроков свершения данного события, которое определяется продолжительностью максимального пути от исходного события сетевой модели до данного события:

$T_i^р = T_{i–j}^{рн}$ = максимальный из всех возможных путей до события i.

Ранний срок наступления любого последующего j-го события $T_j^р$ (соединенного с i-м событием работой i–j) можно определить по величине раннего срока наступления i-го события и продолжительности связывающей их работы, то есть

$$T_j^р = \mathbf{max}\{T_i^р + t_{i–j}\}, \tag{3}$$

где $t_{i–j}$ – продолжительность работы i–j.

Ранний срок свершения исходного события принимается равным нулю. Так, для сетевой модели, изображенной на рис. 1.1:

$$\begin{aligned} &T_1^р = 0 \\ &T_2^р = T_1^р + t_{1–2} = 0 + 10 = 10 \\ &T_9^р = \mathbf{max}\{T_1^р + t_{1–9};\ T_2^р + t_{2–9}\} = \mathbf{max}\{0 + 2;\ 10 + 0\} = 10 \qquad (4) \\ &T_{10}^р = T_9^р + t_{9–10} = 10 + 15 = 25 \text{ и так далее.} \end{aligned}$$

Следовательно, раннее начало работ 10–6 и 10–5 и ранний срок наступления события 10 произойдет на 25-й день от начала работ.

Ранние начала работ, имеющих общее начальное (предшествующее) событие, равны.

2. *Раннее окончание работы* $T_{i–j}^{ро}$ – время самого раннего окончания работы при ее начале в ранний срок. Это время определяется суммой раннего начала этой работы и продолжительности ее выполнения.

$$T_{i–j}^{ро} = T_{i–j}^{рн} + t_{i–j} = T_i^р + t_{i–j} \tag{5}$$

Раннее начало данной работы (работ) равно наибольшему из ранних окончаний предшествующих работ.

$$T_{i–j}^{ро} = \mathbf{max}\{T_{h–i}^{ро}\} \tag{6}$$

Максимальное из ранних окончаний завершающего события равно продолжительности критического пути.

$$\mathbf{max}\{T_{h–z}^{ро}\} = T_{кр} \tag{7}$$

3. *Поздний срок наступления событий* $T_i^п$ и *позднее начало работы* $T_{i–j}^{пн}$ – самый поздний срок, когда работа может быть начата с тем, чтобы ее выполнение не задерживало окончание намеченных работ. Позднее начало определяется разностью между продолжительностями критического пути и самого длинного пути от начального события данной работы до завершающего события сети.

$$T_i^{п} = T_{i-j}^{пн} = T_{кр} - \mathbf{max} \text{ из возможных путей от события i до завершающего события} \tag{8}$$

Поздний срок наступления любого предыдущего события можно определить как минимальный из всех сроков наступления данного события (по всем возможным путям).

$$T_i^{п} = T_j^{п} - t_{i-j} \tag{9}$$

Поздний срок наступления завершающего события принимается равным раннему сроку свершения этого же события.

Так для сетевой модели, изображенной на рис. 1.1:

$T_6^{п} = 45$

$T_5^{п} = \mathbf{min}(T_6^{п}) - t_{5-6} = 45 - 20 = 25$

$T_{10}^{п} = \mathbf{min}(T_6^{п} - t_{10-6};\ T_5^{п} - t_{10-5}) = \mathbf{min}(45 - 10;\ 25 - 0) = 25$

$T_8^{п} = T_6^{п} - t_{8-6} = 45 - 15 = 30$

$T_4^{п} = \mathbf{min}(T_5^{п} - t_{4-5};\ T_8^{п} - t_{4-8}) = \mathbf{min}(25 - 0;\ 30 - 0) = 25$

4. *Позднее окончание работы* – время позднего окончания работы, если она начата в поздний срок, определяемое суммой позднего начала работы и ее продолжительности:

$$T_{i-j}^{по} = T_{i-j}^{пн} + t_{i-j} \tag{10}$$

Поздние окончания работ, имеющих общее конечное (последующее) событие, равны.

Позднее окончание данной работы (работ) численно равно минимальному из поздних начал последующих работ:

$$T_{i-j}^{по} = \mathbf{min}(T_{i-k}^{пн}) \tag{11}$$

Позднее окончание каждой из завершающих работ численно равно продолжительности критического пути

$$T_{i-j}^{по} = T_{кр} \tag{12}$$

5. *Общий резерв времени* – количество времени, на которое можно перенести начало работы или увеличить продолжительность ее выполнения без увеличения наступления завершающего события. Общий резерв определяется разностью позднего и раннего начала работы или разностью позднего и раннего ее окончания.

$$R_{i-j} = T_{i-j}^{пн} - T_{i-j}^{рн} \quad \text{или} \quad R_{i-j} = T_{i-j}^{по} - T_{i-j}^{ро} \tag{13}$$

Если полный резерв времени некоторой работы равен нулю, то задержка ее выполнения вызовет такую же по времени задержку всей последовательности выполнения работ.

Если на некоторой работе использовать ее полный резерв, то путь, проходящий через эту работу, станет критическим.

6. *Частный резерв времени первого вида* r'_{i-j} определяется возможностью изменить позднее начало работы i–j на более ранние сроки без изменения поздних сроков окончания непосредственно предшествующих работ. Для расчета частного резерва первого вида применяется формула:

$$r'_{i-j} = T_{i-j}^{пн} - T_i^{п} \tag{14}$$

Например, для работы 4–8 имеем $r'_{4-8} = T_{4-8}^{пн} - T_4^{п} = 30 - 25 = 5$

7. *Частный резерв времени второго вида* r''_{i-j} определяется возможностью изменить раннее окончание работы i–j на более поздние сроки без изменения ранних сроков начала непосредственно последующих работ. Частный резерв времени второго вида определяется по формуле

$$r''_{i-j} = T_j^{р} - T_{i-j}^{ро} \qquad (15)$$

Например, для работы 1–9 имеем $r''_{1-9} = T_9^{р} - T_{1-9}^{ро} = 10 - 2 = 8$

Необходимо иметь в виду следующее:

- у работ, лежащих на критическом пути (критических работ), общие и частные резервы равны нулю;
- частный резерв любой работы меньше общего резерва или равен ему;
- если в событие входит несколько работ, то, по крайней мере, у одной из них частный резерв равен нулю.

8. *Свободный резерв времени* определяется дополнительным (сверх времени выполнения работы) временем в рамках поздних сроков окончания предшествующих работ и ранних сроков начала последующих работ

$$r_{i-j} = T_j^{р} - T_i^{п} - t_{i-j} \qquad (16)$$

Физический смысл имеют только положительные значения свободного резерва времени. Если получены отрицательные значения r_{i-j}, то свободный резерв времени принимается равным нулю.

Например, для работы 7–8: $r_{7-8} = T_8^{р} - T_7^{п} - t_{7-8} = 23 - 20 - 10 = -7$. Так как получено отрицательное значение, то принимаем $r_{7-8} = 0$.

Резервы времени удобно рассчитывать по сетевому графику, т.к. ранние и поздние сроки свершения событий $T_i^{р}$ и $T_i^{п}$ записаны в его вершинах. Полученные значения резервов можно записать около соответствующих дуг сетевого графика.

4 Расчет сетевого графика

При расчете сетевого графа применим следующие обозначения;

i–j – обозначение текущей работы;

j–k – обозначение последующей работы;

h–i – обозначение предшествующей работы;

t_{i-j} – продолжительность выполнения рассматриваемой работы;

$T_{кр}$ – продолжительность критического пути;

$T_{i-j}^{рн}$ и $T_{i-j}^{ро}$ – ранние начало и окончание работы;

R_{i-j} – общий резерв времени данной работы;

r_{i-j} – частный резерв времени данной работы.

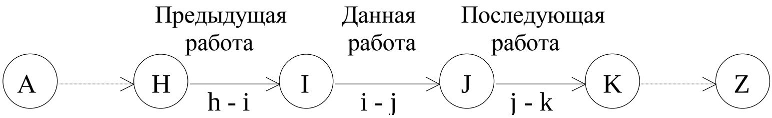


Рис. 4.1 Обозначения работ и событий на графе

Исходное событие сетевой модели обозначается А (обычно А = 1), а ее завершающее событие – Z.

Расчет графа заключается в определении длины критического пути, составлении перечня критических работ и выявлении общих и частных резервов у работ, не лежащих на критическом пути.

Для определения резервов предварительно вычисляют раннее и позднее начало и окончание работ.

Сетевую модель можно рассчитывать различными методами: в табличной форме или непосредственно на графике.

При расчете табличным методом расчеты ведутся по формулам п. 3. и результаты расчетов сводятся в таблицу. Для модели, приведенной на рис. 1.1, данные расчетов сведены в табл. 4.1 и 4.2.

Таблица 4.1

Расчет временных параметров событий сетевого графа

Событие	Ранний срок свершения $T_i^р$	Поздний срок свершения $T_i^п$	Запас времени
1	0	0 {7: 20 – 5; 9: 10 – 2; 2: 10 – 10}	0
2	10	10 {3: 20 – 3; 9: 10 – 0}	0
3	13	20 {4: 25 – 5; 7: 20 – 0}	7
4	18	25 {5: 25 – 0; 8: 30 – 0}	7
9	10 {1: 0 + 2; 2: 10 + 0}	10	0
10	25	25 {6: 45 – 10; 5: 25 – 0}	0
5	25 {10: 25 + 0; 4: 18 + 0}	25	0
7	13 {3: 13 + 0; 1: 0 + 5}	20	7
8	23 {7: 13 + 10; 4: 18 + 0}	30	7
6	45 {10: 25 + 10; 5: 25 + 20; 8: 23 + 15}	45	0

В некоторых случаях расчет удобнее вести непосредственно на графике. В этом случае событие представляют в виде, показанном на рис. 4.2.

i – номер текущего события;

h – номер события, из которого идет путь максимальной длины.

Таблица 4.2

Расчет временных параметров работ сетевого графа

Работы	t_{i-j}	Ранние сроки		Поздние сроки		Резервы работ			
		$T_{i-j}^{рн}$	$T_{i-j}^{ро}$	$T_{i-j}^{пн}$	$T_{i-j}^{по}$	R_{i-j}	r'_{i-j}	r''_{i-j}	r_{i-j}
1–2	10	0	10	0	10	0	0	0	0
1–7	5	0	5	15	20	15	15	8	8
1–9	2	0	2	8	10	8	8	8	8
2–3	3	10	13	17	20	7	7	0	0
2–9	0	10	10	10	10	0	0	0	0
3–4	5	13	18	20	25	7	0	0	(-7) 0
3–7	0	13	13	20	20	7	0	0	(-7) 0
4–5	0	18	18	25	25	7	0	7	0
4–8	0	18	18	30	30	12	5	5	(-2) 0
5–6	20	25	**45**	25	45	0	0	0	0
7–8	10	13	23	20	30	7	0	0	(-7) 0
8–6	15	23	38	30	45	7	0	7	0
9–10	15	10	25	10	25	0	0	0	0
10–5	0	25	25	25	25	0	0	0	0
10–6	10	25	35	35	45	10	10	10	10

Порядок расчета сетевой модели на графике.

1. Сначала записываем в верхнем секторе порядковые номера всех событий.

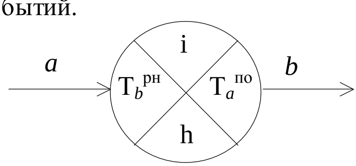


Рис. 4.2 Представление события при расчете на графе

2. Затем подсчитываем и записываем в левом секторе ранние начала всех работ. После этого заносим в нижний сектор номер предшествующего события, через который идет наиболее продолжительный путь. Например, для первого события $T_{1-2}^{рн}$, $T_{1-7}^{рн}$ и $T_{1-9}^{рн}$ равны нулю. Записываем нуль в левый сектор события 1. Раннее начало работ выходящих из события 2, равно 10, ($T_{1-2}^{рн} + t_{1-2} = 0 + 10 = 10$) записываем цифру 10 в левый сектор события 2, в нижний сектор этого события записываем 1 (номер предшествующего события). Записи в левом и нижнем секторах ведем последовательно, в порядке возрастания событий.

За раннее начало работы 9–10 принимаем максимальное из 10 + 0 = 10 и 2, т.е. равное 10 неделям. Раннее начало работы 10–6 подсчитывается как сумма раннего начала работы 9–10 (левый сектор события 9–10) и продолжительности работы 9–10 15 недель, т.е. 10 + 15 = 25 недель. Аналогично заполняются левые и нижние секторы всех событий.

3. Отмечаем критический путь. Путь максимальной длины к событию 6 проходит от события 5, к событию 5 от события 10 (нижний сектор события

5), к событию 10 от события 9, к событию 9 от события 2 и, наконец, к событию 2 от события 1.

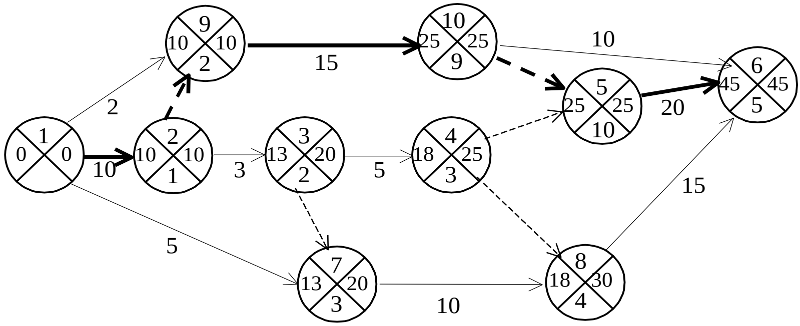


Рис. 4.3 Пример расчета на графике

4. Подсчет поздних окончаний ведется последовательно, начиная с завершающего события сети. Если бы из события 6 выходила работа, то ее раннее начало, равное раннему окончанию предшествующей работы, было бы равно 45 неделям, эту цифру и записываем в правый сектор события 6. Событие 6 является завершающим и лежит на критическом пути. Его позднее окончание равно продолжительности критического пути. Для всех работ, лежащих на критическом пути, ранние начала последующих работ равны поздним окончаниям предшествующих работ. Позднее окончание работы 5–6, записанное в правом секторе события 6, равно 45; следовательно, позднее окончание работ 10–5 и 4–5 равно 45 – 20 = 25. Вписываем это число в правый сектор события 5. Для работы 9–10 позднее окончание принимается как наименьшая разность: 25 – 0 = 25 и 45 – 10 = 35. Цифру 25 записываем в правый сектор события 10. Пример расчета представлен на рис. 4.3.

Наиболее трудоемкие работы комплекса, на которых отсутствует резерв времени, составляют критический путь. Чтобы исключить возможность превышения сроков выполнения работ комплекса или критического времени в целом, работы критического пути проводят в форсированном режиме за счет привлечения дополнительных трудовых и материальных ресурсов. Для определения целесообразных сроков сокращения времени выполнения работ критического пути определяют подкритические пути. Подкритический путь прилегает к критическому в двух смежных точках и включает работы, выполняемые параллельно с работой критического пути и имеющие запас времени.

Оглавление

Учебное издание

АРТАМОНОВА Лидия Анатольевна
МАРТЫНЕНКО Ирина Борисовна

СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ

Редактор Т.П. Бабокина
Компьютерная верстка И.Б. Мартыненко

Лицензия ЛР No 020714 от 02.02.98.
Подписано в печать 22.04.02. Формат 60x84 1/16.
Бумага типографская №2. Отпечатано на ризографе.
Усл. печ. л. 3.43. Уч.-изд. л. 2.28. Тираж 140 экз.
Заказ № 230

Российский химико-технологический университет им Д.И Менделеева
Новомосковский институт. Издательский центр
Адрес университета: 125047 Москва, Миусская пл., 9
Адрес института: 301670 Новомосковск, Тульской обл., Дружбы, 8