

1. Магнитное поле. Магнитный момент. Магнитная индукция. Напряженность магнитного поля.

Из опыта известно, что проводники с током взаимодействуют между собой. Это взаимодействие осуществляется посредством магнитного поля: проводник с током создает в окружающем его пространстве магнитное поле, которое действует на другие проводники с током. Электрический ток представляет собой упорядоченным движением заряженных частиц. Следовательно, **магнитное поле создается движущимися зарядами (токами) и проявляется в том, что на движущиеся в нем заряды (токи) действуют силы.** Поле названо магнитным в связи с тем, что оно оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку. Изменение направления тока вызывает поворот стрелки в противоположную сторону. Следовательно, магнитное поле имеет направленный характер и должно характеризоваться векторной величиной. Силовую характеристику магнитного поля называют магнитной индукцией и обозначают \vec{B} .

Для исследования магнитного поля применяют пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре очень малых размеров. Ориентацию контура в пространстве характеризует нормаль \vec{n} – единичный вектор, направленный по нормали (т.е. перпендикулярно) к плоскости контура ($|\vec{n}| = 1$). Направление нормали \vec{n} образует с направлением тока I правовинтовую систему (рис. 1.1.): если винт с правой резьбой вращать по направлению тока в контуре, то направление поступательного движения винта совпадает с нормалью. Такую нормаль называют положительной.

Поместив пробный контур с током в магнитное поле, обнаружим, что поле устанавливает контур положительной нормалью в определенном направлении, которое является положением равновесия.. Это

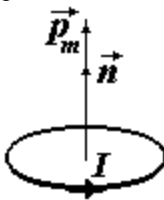


Рис. 1.1. Связь направления нормали \vec{n} с направлением тока I в контуре.

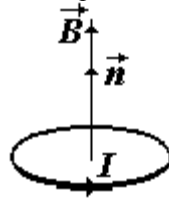


Рис. 1.2. Контур с током в состоянии устойчивого равновесия в магнитном поле.

направление и принимают за направление магнитной индукции \vec{B} в данной точке. Если направления \vec{n} и \vec{B} не совпадают, то возникает вращающий момент, стремящийся вернуть контур в равновесное состояние, в котором $\vec{n} \uparrow \uparrow \vec{B}$ (рис.1.2).

Вращающий момент зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств контура. Опыт показывает, что вращающий момент, действующий на контур в данной точке поля, зависит от ориентации контура в пространстве (т.е. от направления вектора \vec{n}), пропорционален силе тока I в контуре и площади S контура. Следовательно, действие магнитного поля на плоский контур с током зависит от величины, которую называют **магнитным моментом контура с током** (рис. 2.1):

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}. \quad (1.1)$$

Модуль магнитного момента:

$$p_m = I \cdot S \quad (1.2)$$

и измеряется в $[A \cdot m^2]$.

На пробные контуры, отличающиеся значением p_m , действуют в данной точке поля разные по модулю вращающие моменты M . Однако отношение M/p_m при фиксированной ориентации контура оказывается одним и тем же. Поэтому в качестве **модуля магнитной индукции** можно принять величину, равную **отношению максимального вращающего момента к магнитному моменту контура**:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}, \quad (1.3)$$

где M_{\max} – наибольшее значение вращающего момента, которое достигается при $\vec{p}_m \perp \vec{B}$ (см. §11).

Итак, магнитная индукция в данной точке \vec{B} есть векторная величина, модуль которой определяется выражением (1.3), а направление задается равновесным положением положительной нормали к контуру с током.

Единица измерения B , называемая тесла ($Tл$), равна магнитной индукции однородного поля, в котором на плоский контур с током, имеющий магнитный момент $1A \cdot m^2$, действует максимальный вращающий момент, равный $1H \cdot m$, т.е.

$$[B] = \frac{H \cdot m}{A \cdot m^2} = \frac{H}{A \cdot m^2} = Tл.$$

Наряду с вектором магнитной индукции \vec{B} вводится вспомогательная характеристика магнитного поля – **напряженность магнитного поля \vec{H}** . В случае однородной изотропной среды векторы \vec{H} и \vec{B} связаны соотношением:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu \cdot \mu_0}, \quad (1.4)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость среды (в вакууме $\mu = 1$, в воздухе можно считать $\mu \approx 1$).

2. Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции магнитных полей. Линии магнитной индукции.

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж. Био и Ф. Саваром. Результаты их опытов были обобщены П. Лапласом.

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет определить магнитную индукцию $d\vec{B}$ поля, создаваемого элементом тока $I d\vec{l}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I [d\vec{l} \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad (2.1)$$

где I – сила тока в проводнике, $d\vec{l}$ – вектор, равный по модулю элементу длины dl проводника и совпадающий по направлению с током; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента dl в точку, где определяется $d\vec{B}$; r – модуль радиус-вектора (рис. 2.1).

Направление вектора $d\vec{B}$ совпадает с направлением векторного произведения $[d\vec{l} \vec{r}]$, т. е. перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $d\vec{l}$ и \vec{r} .

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (2.2)$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

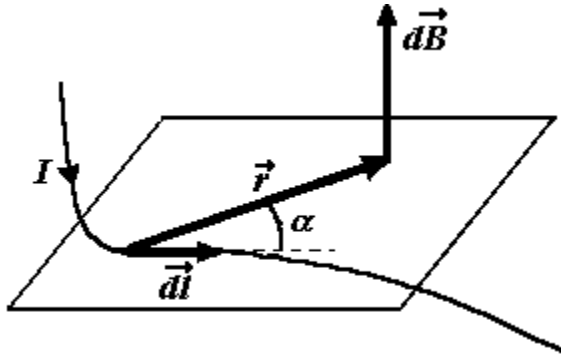


Рис. 2.1. Магнитная индукция $d\vec{B}$ поля элемента тока $I d\vec{l}$. Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы $d\vec{l}$ и \vec{r} .

Экспериментально установлено, что для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**: магнитная индукция \vec{B} поля, созданного в данной точке несколькими токами (движущимися зарядами), равна векторной сумме магнитных индукций \vec{B}_i полей, созданных в той же точке каждым из токов (движущимся зарядом) в отдельности, т.е.

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i. \quad (2.3)$$

Принцип суперпозиции позволяет также определить магнитную индукцию \vec{B} поля, созданного проводником с током, как векторную сумму индукций $d\vec{B}$ полей, созданных каждым элементом этого проводника:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}. \quad (2.4)$$

Стационарное (не изменяющееся со временем) магнитное поле можно графически изобразить с помощью линий магнитной индукции. **Линиями магнитной индукции (силовыми линиями магнитного поля)** называются линии, проведенные так, что в каждой точке поля касательная к линии магнитной индукции совпадает с направлением вектора магнитной индукции \vec{B} в этой точке поля (рис.2.2). Линии магнитной индукции проводятся так, чтобы модуль вектора \vec{B} был пропорционален числу линий, проведенных через единицу площади поверхности, перпендикулярной к этим линиям. Однородное магнитное поле изображается параллельными линиями, отсто-

ящими на равном расстоянии друг от друга (рис. 2.3). Линии магнитной индукции замкнуты или уходят в бесконечность. Замкнутость линий магнитной индукции означает, что в природе отсутствуют магнитные заряды.

Линии магнитной индукции поля, создаваемого прямолинейным бесконечно длинным проводником с током, представляют собой концентрические окружности, лежащих в плоскостях перпендикулярных проводнику (рис. 2.4). Направление линий магнитной индукции поля, созданного прямолинейным отрезком проводника с током, определяется по **правилу правого винта**: если направление поступательного движения винта совпадает с направлением тока, то направление вращения рукоятки винта укажет направление линии индукции магнитного поля этого тока (рис. 2.4).

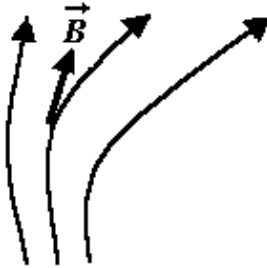


Рис. 2.2. Линии магнитной индукции.

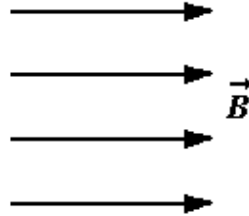


Рис. 2.3. Линии индукции однородного магнитного поля.

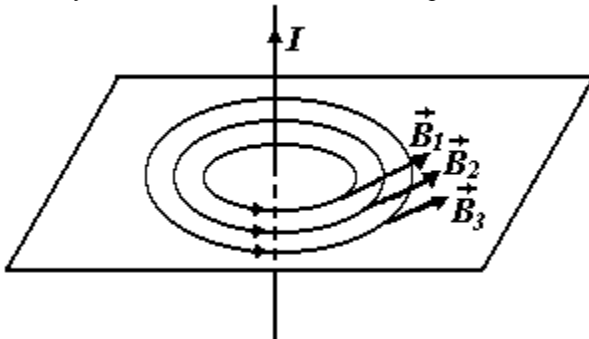


Рис. 2.4. Линии индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током.

2а. Магнитное поле движущегося заряда.

Из формулы (2.1) можно получить выражение для магнитной индукции \vec{B} поля, создаваемого движущимся точечным зарядом. Пусть ток создается носителями с зарядом Q , скорость упорядоченного движения которых \vec{v} . Тогда $I d\vec{l} = j S d\vec{l} = \vec{j} S d\vec{l} = Q n \vec{v} S d\vec{l} = Q \vec{v} n dV = Q \vec{v} dN$, (2.5)

где \vec{j} – вектор плотности тока ($\vec{j} \uparrow \uparrow d\vec{l}$); S – площадь поперечного сечения проводника, n – концентрация носителей тока (число носителей в единице объема); $dV = S d\vec{l}$ – объем элемента проводника; dN – число носителей тока в элементе длины $d\vec{l}$ проводника.

Скалярные множители можно вносить под знак векторного произведения и поэтому закон Био-Савара-Лапласа (2.1) можно записать в виде:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 [I d\vec{l} \vec{r}]}{4\pi r^3}. \quad (2.6)$$

Подставляя (2.5) в (2.6), получаем:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 [Q dN \vec{v} \vec{r}]}{4\pi r^3} = \frac{\mu\mu_0 Q dN [\vec{v} \vec{r}]}{4\pi r^3}. \quad (2.7)$$

Магнитная индукция \vec{B} поля, созданного одним носителем тока:

$$\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN}. \quad (2.8)$$

Из формул (2.7) и (2.8) получаем выражение, которое справедливо не только для случая упорядоченного движения зарядов, но и для движения отдельного заряда. Поэтому **индукция магнитного поля, созданного движущимся зарядом**, определяется выражением:

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 Q [\vec{v} \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad (2.9)$$

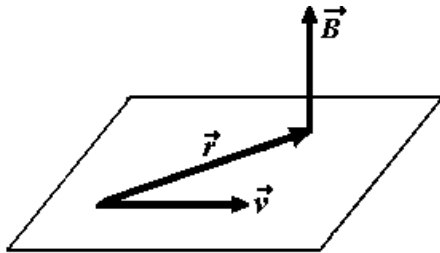


Рис. 2.5. Магнитная индукция \vec{B} поля движущегося заряда. Вектор \vec{B} перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы \vec{v} и \vec{r} . где \vec{v} – скорость движения заряда Q , \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда в точку, в которой определяем \vec{B} ; r – модуль радиус-вектора (рис. 2.5).

Выражение (2.9) справедливо лишь при малых скоростях ($v \ll c$) движущихся зарядов.

3. Магнитное поле прямолинейного проводника с током.

Для определения магнитной индукции B поля, созданного прямолинейным проводником AD с током (рис. 3.1), воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа.

Магнитная индукция $d\vec{B}$ поля, созданного в точке O элементом тока длиной dl , определяется по формуле (2.1). По принципу суперпозиции (2.4) магнитная индукция \vec{B} поля, созданного проводником с током, определяется соотношением:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}.$$

Векторы $d\vec{B}$ от всех элементов проводника направлены перпендикулярно плоскости рисунка и «к нам» (см. правило правого винта), поэтому последнее равенство можно переписать в скалярном виде:

$$B = \int dB. \quad (3.1)$$

Запишем закон Био-Савара-Лапласа для модуля магнитной индукции (2.2):

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (3.2)$$

Из ΔKMO (рис. 3.1а) имеем $r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$, (3.3)

где r_0 – кратчайшее расстояние от проводника до точки, в которой определяем магнитную индукцию. Считая точку K за начало отсчета длины проводника, т.е., принимая что $KM=l$, находим из ΔKMO :

$l = r_0 \operatorname{ctg} \alpha$. Найдем дифференциал от этого выражения и возьмем от

него модуль: $dl = \left| -\frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha} \right| = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha}$. (3.4)

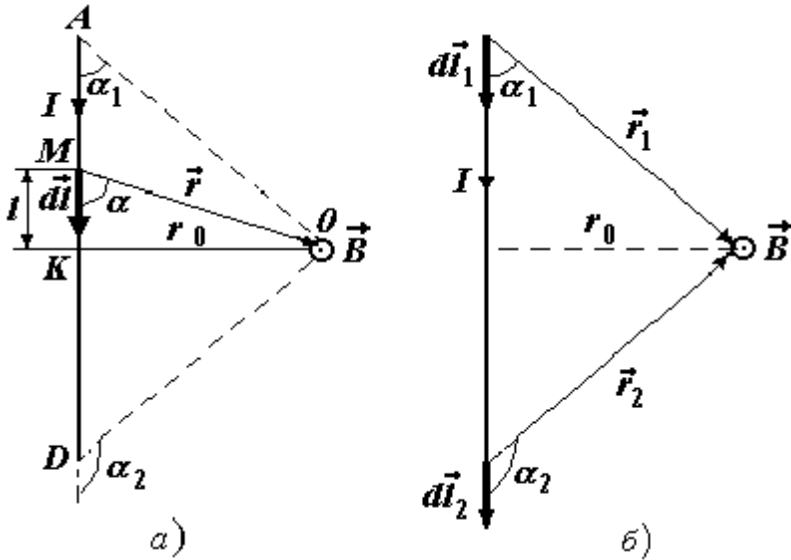


Рис. 3.1. Вычисление индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током.

Подставляя (3.3) и (3.4) в (3.2), получаем
$$dB = \frac{\mu\mu_0 I r_0 d\alpha \sin^3 \alpha}{4\pi r_0^2 \sin^2 \alpha}$$

или после сокращений:
$$dB = \frac{\mu\mu_0 I \sin \alpha d\alpha}{4\pi r_0}. \quad (3.5)$$

Выражение (3.5) для dB подставим в (3.1) и проинтегрируем:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (-\cos \alpha) \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \\ &= \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (-\cos \alpha_2 + \cos \alpha_1). \end{aligned}$$

Следовательно, **индукция магнитного поля прямолинейного проводника с током** определяется выражением:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3.6)$$

где r_0 – кратчайшее расстояние от проводника до точки, в которой определяем магнитную индукцию; α_1 и α_2 – углы между $d\vec{l}$ и \vec{r} на концах проводника (рис. 3.1б).

Для бесконечно длинного проводника $\alpha_1=0$, $\alpha_2=\pi$ и тогда из (3.6) получаем: $B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (1 - (-1))$. Т.о., **индукция магнитного поля**

бесконечно длинного проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}. \quad (3.7)$$

Из формулы (3.7) следует, что линии магнитной индукции данного проводника с током имеют вид концентрических окружностей (рис. 2.4). Выражение (3.7) справедливо и для проводника конечной длины в случае, если его длина гораздо больше расстояния до точки, в которой определяется индукция: например, когда на рис. 3.1а $AD \gg r_0$.

Из равенств (1.4), (3.6), (3.7) следует, что **напряженности магнитного поля проводников с током конечной и бесконечной длины** соответственно равны:

$$H = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3.8)$$

$$H = \frac{I}{2\pi r_0}. \quad (3.9)$$

Из формул (3.8) и (3.9) следует, что напряженность магнитного поля измеряется в А/м.

4. Магнитное поле в центре кругового проводника с током.

Найдем магнитную индукцию поля в центре кругового тока, т. е. тока текущего по тонкому проводнику, имеющему форму окружности радиуса r . Каждый элемент проводника создает в центре индукцию, направленную перпендикулярно плоскости рисунка и «от нас» (рис.4.1). Поэтому векторное сложение $d\vec{B}$ в выражении для принципа суперпозиции (2.4) сводится к сложению модулей:

$$B = \int dB. \quad (4.1)$$

По закону Био–Савара–Лапласа (2.2) имеем:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

Для кругового проводника с током $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (рис.4.1) и тогда

$$dB = \frac{\mu\mu_0 Idl}{4\pi r^2} \quad (4.2)$$

Подставляя (4.2) в (4.1), получим:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} \int_0^{2\pi r} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} \Big|_0^{2\pi r} = \frac{\mu\mu_0 I \cdot 2\pi r}{4\pi r^2}.$$

Таким образом, магнитная индукция в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2r}.$$

(4.3)

Используя соотношения (1.4) и (4.3) получаем формулу для напряженности магнитного поля в центре кругового проводника с током.

$$H = \frac{I}{2r} \quad (4.4)$$

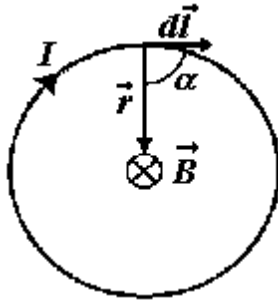


Рис 4.1. Вычисление магнитной индукции в центре кругового тока.

5. Циркуляция вектора магнитной индукции.

Выражение вида $\oint_L \vec{a} d\vec{l}$ называется **циркуляцией вектора \vec{a}** по замкнутому контуру L , где под знаком интеграла стоит скалярное произведение вектора \vec{a} на элемент длины $d\vec{l}$ контура интегрирования.

Найдем циркуляцию вектора \vec{B} для магнитного поля прямолинейного бесконечно длинного проводника с током. Замкнутый контур возьмем в виде окружности, совпадающей с одной из линий магнитной индукции прямого проводника с током. Ток I в проводнике направлен “от нас”. Обход контура совершаем по часовой стрелке (рис. 5.1). Тогда циркуляция вектора \vec{B} :

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos(\vec{B} d\vec{l}) = \oint_L B dl \cos 0^\circ = \oint_L B dl. \quad (5.1)$$

Индукция магнитного поля прямолинейного бесконечно длинного проводника с током определяется выражением (3.7): $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$.

(5.2)

Подставив (5.2) в (5.1), получим:

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{B} d\vec{l} &= \oint B dl = \oint \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} \int_0^{2\pi r} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} \Big|_0^{2\pi r} = \\ &= \frac{\mu\mu_0 I \cdot 2\pi r}{2\pi r} = \mu\mu_0 I. \end{aligned}$$

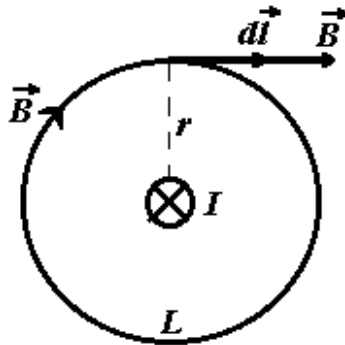


Рис.5.1.

Следовательно: циркуляция $\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 I$.

Можно доказать, что полученное равенство справедливо для замкнутых контуров L произвольной формы, любого количества различной формы проводников с токами. В общем случае можно записать, что

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 \sum_{k=1}^N I_k, \quad (5.3)$$

где N – число проводников с токами, охватываемых контуром L . Соотношение (5.3) называется **теоремой о циркуляции вектора \vec{B} : циркуляция вектора магнитной индукции \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной проницаемости среды μ и магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.**

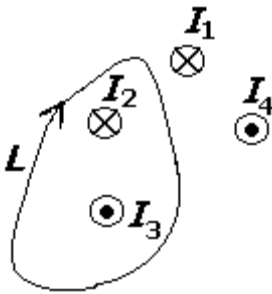


Рис. 5.2. Контур, охватывающий несколько токов

При применении теоремы о циркуляции положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода контура правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным (рис 5.2). Для контура изображаемого на рисунке 5.2, теорема о циркуляции вектора \vec{B} записывается в виде:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 (I_2 - I_3).$$

§ 6. Магнитное поле тороида и соленоида с током.

Тороидом называется кольцевая катушка, витки провода которой намотаны на каркас, имеющий форму тора (рис 6.1). Он эквивалентен системе одинаковых круговых токов, центры которых расположены по окружности. На рисунке (6.2) изображено сечение тороида плоскостью перпендикулярной оси тороида и проходящей через его центр.

Для нахождения магнитной индукции внутри тороида применим теорему о циркуляции вектора \vec{B} . Возьмем замкнутый контур в виде

окружности радиуса r , центр которой совпадает с центром тороида. Если витки провода равномерно распределены по тороидальному каркасу, то в силу симметрии вектор \vec{B} должен быть одинаков по модулю в любой точке контура и направлен по касательной к контуру, а значит угол между \vec{B} и $d\vec{l}$ равен нулю. Запишем теорему о циркуляции (5.3):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 \sum_{k=1}^N I_k \quad (6.1)$$

В данном случае циркуляция вектора \vec{B} принимает вид:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos(\vec{B} d\vec{l}) = \int_0^{2\pi r} B dl = B \int_0^{2\pi r} dl = B l \Big|_0^{2\pi r} = B \cdot 2\pi r.$$

$$\text{Т.о., } \oint_L \vec{B} d\vec{l} = B \cdot 2\pi r. \quad (6.2)$$

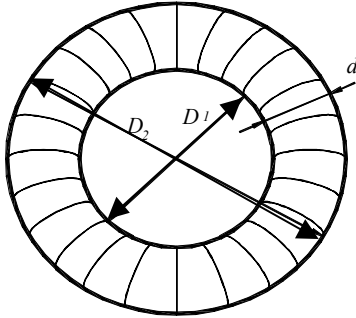


Рис 6.1. Тороид: d – диаметр витка, D_1 – внутренний диаметр тороида, D_2 – внешний диаметр тороида.

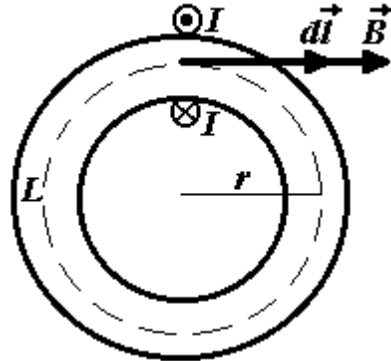


Рис 6.2 Сечение тороида.

Так как контур проходит внутри тороида, то он охватывает N токов

$$(N - \text{число витков тороида}), \text{ поэтому } \sum_{k=1}^N I_k = NI. \quad (6.3)$$

Подставляя (6.2) и (6.3) в (6.1), получаем:

$$B \cdot 2\pi r = \mu\mu_0 NI.$$

Откуда следует, что **индукция магнитного поля внутри тороида**

$$B = \mu\mu_0 \frac{NI}{2\pi r}. \quad (6.4)$$

где r - расстояние от центра тороида до точки, в которой определяется индукция, причем $\frac{D_1}{2} \leq r \leq \frac{D_2}{2}$, где D_1 и D_2 – внутренний и внешний диаметры тороидов (рис. 6.1). Используя связь между напряженностью и индукцией: $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$ и (6.4), получаем выражение для **напряженности магнитного поля внутри тороида:**

$$H = \frac{NI}{2\pi r}. \quad (6.5)$$

Формулы (6.4 - 6.5) показывают, что поле внутри тороида убывает в направлении от центра.

Контур радиуса $r < D_1/2$, токов не охватывают, поэтому для них $B \cdot 2\pi r = 0$. Для контуров радиуса $r > D_2/2$ число положительных токов, охватываемых контуром, равно числу отрицательных, поэтому $\sum I_k = NI - NI = 0$ и $B \cdot 2\pi r = 0$. Следовательно, **магнитная индукция вне тороида равна нулю: $B=0$** при $r < \frac{D_1}{2}$ и $r > \frac{D_2}{2}$.

Для тороида, диаметр которого во много раз больше диаметра витка ($D_1 \gg d$), во всех точках внутри тороида можно считать, что

$$r \approx \frac{D_1}{2} \approx \frac{D_2}{2} \quad \text{и} \quad B = \frac{\mu\mu_0 NI}{2\pi r} = \frac{\mu\mu_0 NI}{l},$$

где l - длина окружности тороида. Тогда магнитное поле внутри тороида можно считать однородным, а формулы (6.4) и (6.5) принимают вид:

$$B = \mu\mu_0 nI, \quad (6.6)$$

$$H = n \cdot I, \quad (6.7)$$

где $n = \frac{N}{l}$ - число витков, приходящихся на единицу длины окружности тороида.

Соленоидом называется провод, навитый на цилиндрический каркас. Направление силовых линий внутри соленоида связано с направлением тока в витках правилом правого винта (рис. 6.3).

В случае бесконечно длинного соленоида с одинаковым по всей длине числом витков n , приходящихся на единицу длины, поле однородно и ограничено объемом соленоида. Направление силовых линий на отрезке бесконечно длинного соленоида показано на рис. 6.4. Аналогичным образом направлены силовые линии соленоида, диаметр d поперечного сечения которого, много меньше длины l соленоида ($d \ll l$). Бесконечно длинный соленоид можно получить из тороида, устремляя радиус последнего к бесконечности. Т.к. формулы (6.6) и (6.7) справедливы для тороида любого радиуса, то **индукция и напряженность магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида определяется формулами (6.6) и (6.7), а вне соленоида $B=0$.**

Если половину бесконечно длинного соленоида убрать, то поле у конца получившегося полубесконечного соленоида будет создаваться только одной его половиной, а формулы (6.6) и (6.7) примут вид :

$$B = \frac{1}{2} \mu \mu_0 In, \quad H = \frac{1}{2} In. \quad (6.8)$$

Практически, если выполняется условие $d \ll l$, то формулы (6.7) и (6.8) справедливы для точек в средней части соленоида, а (6.8) - для точек вблизи его концов.

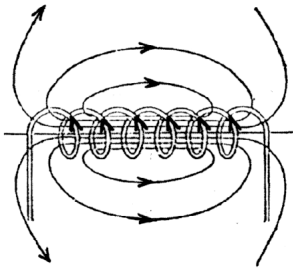


Рис 6.3 Силовые линии магнитного поля соленоида

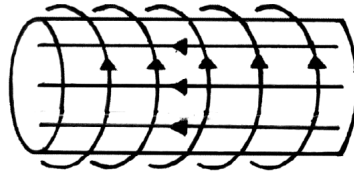


Рис 6.4 Силовые линии в отрезке бесконечно длинного соленоида

**§7. Поток вектора магнитной индукции.
Теорема Гаусса для магнитного поля**

Потоком вектора магнитной индукции \vec{B} через бесконечно малый элемент площади dS (рис.7.1) называется скалярное произведение векторов \vec{B} и $d\vec{S}$:

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = BdS \cos \alpha = B_n dS, \quad (7.1)$$

где B_n - проекция вектора \vec{B} на направление нормали \vec{n} к площадке dS , $d\vec{S} = \vec{n}dS$ - вектор элемента площади, направленный по нормали \vec{n} и численно равный элементу площади dS , α - угол между \vec{B} и \vec{n} .

Для нахождения потока Φ_B вектора магнитной индукции через поверхность площадью S необходимо просуммировать потоки через все элементы этой поверхности:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S BdS \cos \alpha = \int_S B_n dS. \quad (7.2)$$

Пусть плоская поверхность находится в однородном магнитном поле (рис 7.2). В этом случае, $\vec{B} = \text{const}$ и $\alpha = \text{const}$ и эти величины в соотношении (7.2) можно вынести за знак интеграла:

$$\Phi_B = B \cos \alpha \int_S dS. \text{ Следовательно поток вектора } \vec{B} \text{ однородного}$$

поля через плоскую площадку: $\Phi_B = BS \cos \alpha. \quad (7.3)$

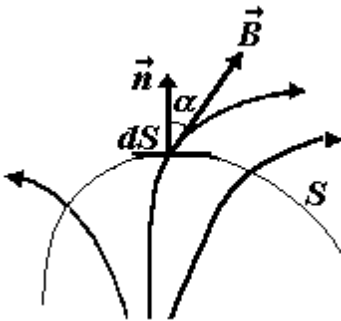


Рис. 7.1. Вычисление поток вектора В через элемент dS

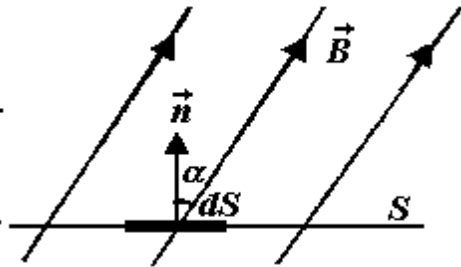


Рис 7.2. Вычисление потока вектора В через плоскую поверхность.

Единица измерения магнитного потока – вебер (Вб):

$$[\Phi_B] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб}.$$

Нормаль \vec{n} можно направить как в одну сторону от площадки dS , так и в другую, причем оба направления совершенно равноправны. В случае, изображенном на рис.7.2, нормаль образует с \vec{B} острый угол, вследствие чего, в формуле (7.3) $\cos \alpha$, а следовательно, и Φ_B оказываются положительными. Однако, если направить нормаль \vec{n} в противоположную сторону, то $\cos \alpha$, а следовательно, и Φ_B будут отрицательными. Таким образом, поток является величиной алгебраической ; его знак зависит от выбора направления нормали к поверхности, через которую вычисляется поток. В случае замкнутых поверхностей условились из двух возможных направлений выбирать всегда направление наружу, т. е. использовать внешнюю нормаль (рис. 7.4).

Поток Φ_B через поверхность S численно равен количеству N линий магнитной индукции, пересекающих эту поверхность (в этом заключается физический смысл потока). Действительно, линии магнитной индукции (§1) проводятся так, что индукция B пропорциональна числу N линий, пересекающих единицу площади поверхности, перпендикулярной к ним. Следовательно, $B \sim \frac{N}{\Delta S_{\perp}} = \frac{N}{\Delta S \cos \alpha}$ (рис.7.4) и число линий, пересекающих плоскую площадку ΔS , $N \sim B \Delta S \cos \alpha$ определяется тем же выражением (7.3), что и поток.

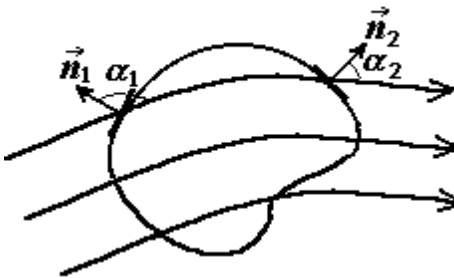


Рис 7.3. Вычисление потока вектора B через замкнутую поверхность

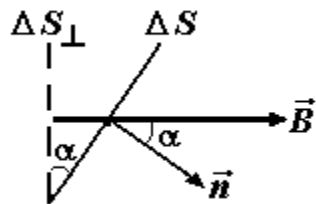


Рис. 7.4. Пояснение физического смысла потока

Для замкнутой поверхности (рис.7.3) линии, выходящие из поверхности, считают положительными (т.к. угол α_2 между \vec{B} и \vec{n}_2 острый), входящие – отрицательными (т.к. угол α_1 между \vec{B} и \vec{n}_1 тупой). Из рис.7.3 видно, что число линий входящих в поверхность, равно числу линий выходящих. В итоге число отрицательных пересечений будет равно числу положительных пересечений и поток вектора \vec{B} через замкнутую поверхность оказывается равным нулю. Т.о. доказана **теорема Гаусса для магнитного поля: поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.**

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (7.4)$$

Равенство нулю потока вектора \vec{B} через замкнутую поверхность означает что линии магнитной индукции всегда замкнуты, а магнитное поле не имеет источников.

§ 8. Различия между электростатическим и магнитным полями.

Величины \vec{E} и \vec{B} являются основными силовыми характеристиками соответствующих полей. Сравним поток и циркуляцию электростатического и магнитного полей в вакууме.

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N Q_i, \quad (8.1) \quad \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad (8.2)$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad (8.3) \quad \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k. \quad (8.4)$$

Сопоставление этих выражений показывает, что электростатическое и магнитное поля имеют существенно различный характер. Источниками электростатического поля являются электрические заряды Q_i (8.1).

Линии напряженности электростатического поля начинаются и заканчиваются на зарядах (или уходят в бесконечность). Магнитное поле не имеет источников и линии магнитной индукции всегда замкнуты (8.3). Циркуляция вектора напряженности электростатического поля равна нулю (8.2), следовательно, электростатическое поле потенциально и может быть охарактеризовано потенциалом ϕ . Разность потенциалов между двумя точками электростатического поля определяется соотношением:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}. \quad (8.5)$$

Циркуляция вектора магнитной индукции пропорциональна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром (8.4). Поэтому магнитное поле нельзя характеризовать потенциалом, который был бы связан с магнитной индукцией, соотношением аналогичным формуле (8.5). Этот потенциал был бы неоднозначным - после каждого обхода по контуру, охватывающему токи, и возвращения в первоначальную

точку он получал бы в соответствии с (8.4) приращение: $\mu_0 \sum_{k=1}^N I_k$.

Поле, у которого циркуляция отлична от нуля, называется вихревым. Таким образом, электростатическое поле является потенциальным, а магнитное - вихревым.

§ 9. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (сила Ампера). Взаимодействие параллельных проводников с токами.

Из опыта известно, что на проводник с током в магнитном поле действует сила. Ампер установил, что сила $d\vec{F}$ (**сила Ампера**), с которой магнитное поле действует на элемент тока $I d\vec{l}$, определяется соотношением:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \vec{B}], \quad (9.1)$$

где I - сила тока, \vec{B} - магнитная индукция в том месте, где находится элемент проводника; $d\vec{l}$ - вектор, равный по модулю длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током, $[d\vec{l} \vec{B}]$ - векторное произведение векторов $d\vec{l}$ и \vec{B} (рис. 9.1).

Модуль силы Ампера определяется по формуле

$$dF = IB dl \sin \alpha, \quad (9.2)$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

Направление вектора $d\vec{F}$ (т.е. **направление силы Ампера**) может быть найдено, согласно (9.1), по общим правилам векторного произведения (рис.9.1а). Следовательно, вектор $d\vec{F}$ перпендикулярен векторам $d\vec{l}$ и \vec{B} . Для определения направления вектора $d\vec{F}$ можно

также пользоваться правилом левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входили линии магнитной индукции, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый (в плоскости ладони) на 90° большой палец покажет направление силы Ампера (рис. 9.1б – вектор \vec{B} направлен “от нас”).

Сила \vec{F} , действующая на весь проводник, может быть найдена, как векторная сумма сил, действующих на отдельные участки проводника:

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I [d\vec{l} \vec{B}]. \quad (9.3)$$

Если ток постоянный ($I = const$), магнитное поле однородное ($\vec{B} = const$), а проводник прямолинейный ($\alpha = const$), то векторы $d\vec{F}$ для всех элементов проводника направлены одинаково. Тогда в

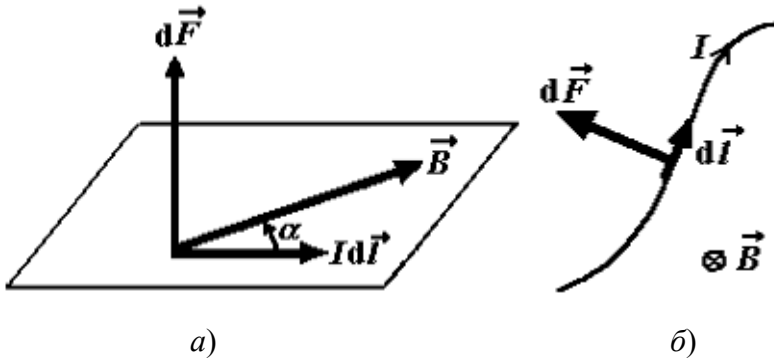


Рис .9.1. Определение направления силы Ампера.

(9.3) можно перейти от сложения векторов к сложению модулей и с учетом (9.2) получить:

$$F = \int dF = \int IB dl \sin \alpha = IB \sin \alpha \int dl = IB l \sin \alpha,$$

где l – длина проводника. **Т.о. на прямолинейный проводник с током в однородном магнитном поле действует сила**

$$F = IB l \sin \alpha. \quad (9.4)$$

Рассмотрим два бесконечных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2 (направление токов указаны на рис. 9.2), расстояние между которыми r . Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует на другой проводник с током.

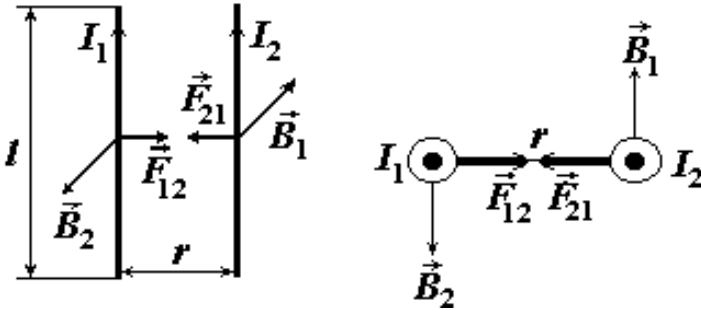


Рис. 9.2. Вычисление силы взаимодействия двух прямолинейных проводников с током

Определим, с какой силой F_{21} , действует магнитное поле тока I_1 на отрезок длиной l проводника с током I_2 . Магнитная индукция поля тока I_1 определяется по формуле

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi r} \quad (9.5)$$

Направление вектора \vec{B}_1 (рис. 9.2) задается правилом правого винта (§2). Направление силы \vec{F}_{21} , с которой поле \vec{B}_1 действует на второй проводник с током, определяется по правилу левой руки (рис. 9.2).

Модуль силы, согласно (9.4), с учетом того, что угол α между направлением тока I_2 и вектором \vec{B}_1 прямой, равен:

$$F_{21} = I_2 B_1 l. \quad (9.6)$$

Из равенств (9.5) и (9.6) получаем:

$$F_{21} = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}. \quad (9.7)$$

Аналогичным образом можно показать, что сила F_{12} , действующая на отрезок первого проводника со стороны второго, также определяется выражением (9.7). Т.о. **отрезки бесконечно длинных прямолинейных проводников с током взаимодействуют с силой**

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}. \quad (9.8)$$

По формуле (9.8) можно определять силу взаимодействия проводников конечной длины l , если для них выполняется условие $r \ll l$. Если токи имеют противоположные направления, то, используя правило правого винта и левой руки, можно показать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая формулой (9.8).

Из (9.7) следует, что **на единицу длины проводника действует сила**

$$F_{ed} = \frac{F}{l} = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}. \quad (9.9)$$

На основании формулы (9.9) устанавливается единица силы тока в СИ – ампер. *Ампер определяется как сила неизменяющегося тока, который проходит по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме, вызывает между этими проводниками силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.* Из (9.9) имеем

$$\frac{F}{l} = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 1}{2\pi \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Напомним, что единицу измерения заряда - **кулон** определяют как **заряд, проходящий за 1с через поперечное сечение проводника, по которому течет постоянный ток силой 1А.**

§ 10. Сила Лоренца.

Сила Ампера (9.1) обусловлена тем, что магнитное поле действует на носители тока (магнитное поле действует только на движущиеся заряды). От носителей тока действие силы передается проводнику, по которому они перемещаются. Найдем **силу Лоренца - силу, действующую на отдельно взятый заряд Q , движущийся в магнитном поле.**

Рассмотрим (рис.10.1) элемент длины dl проводника с током I , находящийся в магнитном поле индукцией \vec{B} . За время dt через поперечное сечение S проводника проходит dN носителей тока и переносится заряд $dq = QdN$, где Q - заряд одного носителя тока. Тогда силу тока I можно представить в виде:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{QdN}{dt}.$$

Подставляя это выражение в силу Ампера (9.1), получим:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \cdot \vec{B}] = \frac{QdN}{dt} [d\vec{l} \cdot \vec{B}] = QdN \left[\frac{d\vec{l}}{dt} \cdot \vec{B} \right] = QdN [\vec{v} \cdot \vec{B}], \quad (10.1)$$

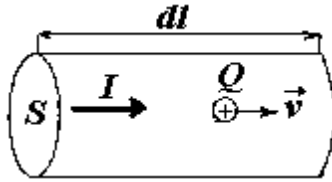


Рис. 10.1.

где $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$ - скорость упорядоченного движения носителей тока,

$d\vec{l}$ - перемещение носителя тока за время dt . Разделив $d\vec{F}$ на число носителей тока dN в элементе проводника найдем силу \vec{F} , действующую на отдельно взятый заряд Q , движущийся со скоростью \vec{v} , т.е.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{F}}{dN}. \quad (10.2)$$

Из равенств (10.1) и (10.2) следует, что **сила Лоренца равна произведению заряда на векторное произведение скорости и магнитной индукции:**

$$\vec{F}_L = Q[\vec{v} \cdot \vec{B}] \quad (10.3)$$

где Q и \vec{v} - заряд и скорость частицы, \vec{B} - магнитная индукция.

Следовательно, **модуль силы Лоренца**

$$F_L = QvB \sin \alpha, \quad (10.6)$$

где α - угол между \vec{v} и \vec{B} .

Направление силы Лоренца может быть найдено, согласно (10.3), по общим правилам векторного произведения. Следовательно, вектор \vec{F}_L перпендикулярен векторам \vec{v} и \vec{B} . Кроме того, как следует из (10.3), направление силы Лоренца зависит от знака заряда: для положительного заряда ($Q > 0$) направление \vec{F}_L совпадает с направлением векторного произведения $[\vec{v} \cdot \vec{B}]$, для отрицательного ($Q < 0$) –

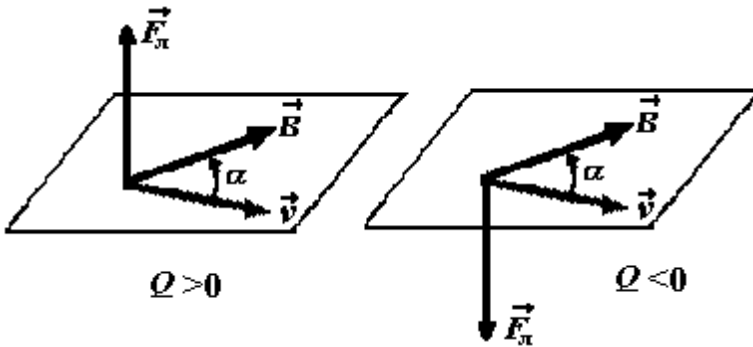


Рис. 10.2. Направление силы Лоренца. противоположно ему (рис. 10.2). Для определения направления вектора \vec{F}_L можно также пользоваться правилом левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входили линии магнитной индукции, а четыре пальца направить вдоль вектора \vec{v} , то отогнутый в плоскости ладони на 90° большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд (рис. 10.2) и (рис. 10.3 – вектор \vec{B} направлен “на нас”).

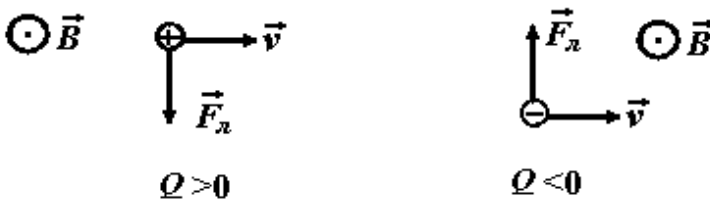


Рис. 10.3. Определение направления силы Лоренца

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно работа силы Лоренца равна нулю. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд Q помимо магнитного поля с индукцией \vec{B} действует и электрическое поле с напряженностью \vec{E} , то результирующая сила \vec{F} , приложенная к заряду, равна

векторной сумме сил – силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца:

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{v}\vec{B}] \quad (10.7)$$

Это выражение называется **формулой Лоренца**, а сила \vec{F} - **обобщенной силой Лоренца**.

§ 11. Контур с током в магнитном поле.

Рассмотрим плоский прямоугольный контур 1-2-3-4 с током I , находящийся в однородном магнитном поле (рис. 11.1). Пусть вектор магнитной индукции \vec{B} параллелен сторонам 2-3 и 4-1 и, следовательно, на эти стороны сила Ампера не действует (см. формулу 9.4):

$F_{23} = F_{41} = IBb \sin 0^0 = 0$. Стороны 1-2 и 3-4 перпендикулярны вектору \vec{B} , на них действуют одинаковые по величине и противоположные по направлению силы Ампера \vec{F}_{12} и \vec{F}_{34} :

$$F_{12} = F_{34} = Iba \sin 90^0 = Iba. \quad (11.1)$$

Силы \vec{F}_{12} и \vec{F}_{34} образуют пару сил, под действием которых происходит вращение контура. Моменты M_{12} и M_{34} этих сил

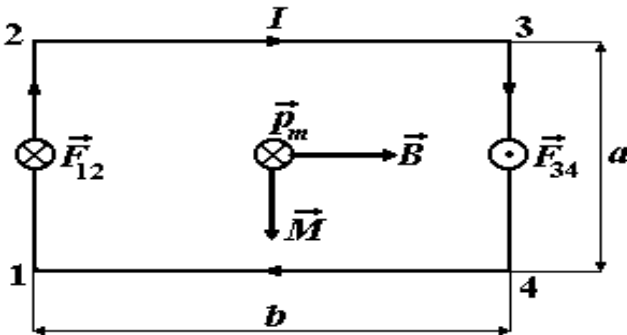


Рис. 11.1. Контур с током в магнитном поле

относительно центра контура одинаковы по величине и направлению и создают результирующий момент силы

$$\begin{aligned}
 M &= M_{12} + M_{34} = F_{12}d_{12} + F_{34}d_{34} = \\
 &= IBa \frac{b}{2} + IBa \frac{b}{2} = IBab = IB S = p_m B,
 \end{aligned} \tag{11.2}$$

где $d_{12} = d_{34} = \frac{b}{2}$ - плечи сил \vec{F}_{12} и \vec{F}_{34} , $S=ab$ – площадь контура,

p_m – магнитный момент контура. Т.к. магнитный момент \vec{p}_m контура и вектор \vec{B} образуют угол $\alpha = 90^0$, то выражение (11.2) для **модуля момента силы** можно представить в виде:

$$M = p_m B \sin \alpha. \tag{11.3}$$

Вектор момента силы \vec{M} перпендикулярен векторам \vec{p}_m и \vec{B} (рис. 11.1), причем направление вектора \vec{M} совпадает с направлением векторного произведения этих векторов. Тогда с учетом (11.3) можно записать, что в данном случае **момент силы, действующий на контур с током в магнитном поле, равен векторному произведению \vec{p}_m и \vec{B}** :

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]. \tag{11.4}$$

Выражения (11.3) и (11.4) получены для частного случая, когда векторы \vec{p}_m и \vec{B} взаимно перпендикулярны. Можно показать, что они выполняются для любого угла α между \vec{p}_m и \vec{B} .

Из (11.3) следует, что при $\alpha = 90^0$ момент силы максимален: $M=M_{max}$, а при $\alpha = 0^0$ момент сил на контур не действует ($M=0$) – это положение равновесия. Если $\alpha \neq 0^0$, то на контур действует момент силы, стремящийся установить контур в положение равновесия.

Можно также доказать, что формулы (11.3) и (11.4) справедливы для плоских контуров любой формы, находящихся в однородном магнитном поле. Если контур с током находится в неоднородном магнитном поле, то кроме вращающего момента (11.4), на него будет действовать сила направленная в сторону возрастания \vec{B} , если $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$ и в сторону убывания \vec{B} , если $\vec{p}_m \downarrow \vec{B}$.

Т.к. магнитное поле стремится установить контур в положение равновесия и уменьшить угол α между векторами \vec{P}_m и \vec{B} , то чтобы увеличить этот угол на $d\alpha$, надо совершить против сил поля работу

$$dA = M d\alpha = P_m B \sin \alpha d\alpha \quad (11.7)$$

Поворачиваясь в первоначальное положение, контур может возратить затраченную на его поворот работу, совершив ее над каким-нибудь телом. Следовательно, работа (11.7) идет на увеличение потенциальной энергии W , которой обладает контур с током в магнитном поле, т.е.

$dA = dW$ и приращение потенциальной энергии контура

$$dW = P_m B \sin \alpha d\alpha .$$

Интегрируем последнее равенство:

$$\int dW = P_m B \int \sin \alpha d\alpha ;$$

$$W = -P_m B \cos \alpha + const .$$

Положив $const=0$, получим выражение для **потенциальной энергии контура с током в магнитном поле**:

$$W = -P_m B \cos \alpha = -\vec{P}_m \vec{B} . \quad (11.8)$$

Параллельная ориентация векторов \vec{P}_m и \vec{B} соответствует минимуму потенциальной энергии (11.8) и, следовательно, положению устойчивого равновесия.

§ 12. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.

Пусть прямолинейный провод 1-2 с током может перемещаться во внешнем магнитном поле (рис.12.1). Поле считаем однородным и перпендикулярным к плоскости контура, причем направление вектора магнитной индукции \vec{B} совпадает с направлением положительной нормали \vec{n} к контуру. Сила Ампера \vec{F} , действующая на проводник со стороны магнитного поля, направлена вправо и ее модуль F определится по формуле:

$$F = IBl \sin 90^\circ = IBl , \quad (12.1)$$

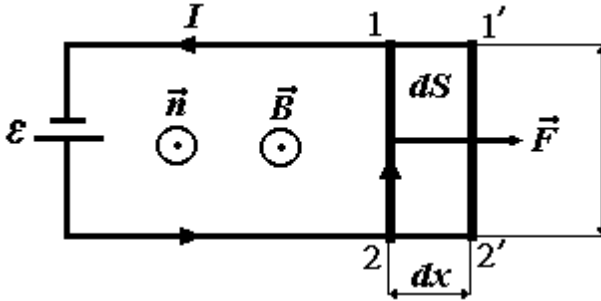


Рис. 12.1 Контур с перемещающимся проводом 1-2 в магнитном поле, направленном « к нам ».

При перемещении провода в положение 1'–2' на расстояние dx эта сила совершает над ним работу

$$dA = Fdx \cos\theta^0 = Fdx. \quad (12.2)$$

Из (12.1) и (12.2) получаем:

$$dA = IBldx = IBdS = Id\Phi, \quad (12.3)$$

где dS - приращение площади контура, $d\Phi$ - приращение магнитного потока через контур, которое равно потоку, «пересеченному» проводом при его движении. В данном случае $d\Phi > 0$. При перемещении провода влево работа силы \vec{F} была бы отрицательной. Приращение магнитного потока также было бы отрицательным ($d\Phi < 0$). Так что в любом случае **работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна силе тока, умноженной на приращение магнитного потока:**

$$dA = Id\Phi, \quad (12.4)$$

Можно доказать, что формула (12.4) справедлива для контура с током и провода любой формы, перемещающихся как в однородном, так и в неоднородном магнитном поле.

Чтобы получить работу, совершаемую при конечном перемещении провода, нужно просуммировать элементарные работы (12.4), совершаемые на элементарных участках пути. В результате получим,

$$\text{что, если } I = const, \text{ то: } A = I \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) \text{ или}$$

$$A = I \Delta\Phi, \quad (12.5)$$

где $\Delta\Phi$ - приращение магнитного потока через контур или магнитный поток, пересеченный проводом при его движении.

§13. Магнитные моменты электронов и атомов. Магнитное поле в веществе. Намагниченность.

В любом веществе существуют молекулярные токи, вызванные движением электронов в атоме. Электрон, движущийся в атоме вокруг ядра эквивалентен контуру с током. Поэтому атом обладает орбитальным магнитным моментом \vec{p}_{me} и создает в окружающем пространстве магнитное поле.

Кроме орбитального магнитного момента p_{me} электрон обладает собственным магнитным моментом p_{ms} , наличие которого является таким же неотъемлемым свойством электрона, как его масса и заряд. Собственным магнитным моментом обладают и другие элементарные частицы. Магнитный момент атома складывается из орбитальных и собственных магнитных моментов входящих в его состав электронов, а также из магнитного момента ядра (который обусловлен магнитными моментами входящих в состав ядра элементарных частиц – протонов и нейтронов). Магнитный момент ядра значительно меньше момента электронов; поэтому им можно пренебречь и считать, что магнитный момент атома \vec{p}_m равен векторной сумме магнитных моментов электронов, т.е.

$$\vec{p}_m = \sum \vec{p}_{me} + \sum \vec{p}_{ms} . \quad (13.1)$$

Магнитный момент молекулы равен векторной сумме магнитных моментов составляющих ее атомов.

Вещество состоит из множества молекул. В отсутствие внешнего магнитного поля молекулярные токи ориентированы хаотически. Поэтому суммарный магнитный момент всех молекул тела и результирующее поле в веществе равны нулю. Под действием внешнего поля магнитные моменты приобретают преимущественную ориентацию в направлении поля (установиться магнитным моментам всех молекул в одном направлении мешает их тепловое движение), вследствие чего суммарный магнитный момент вещества становится отличен от нуля. При этом магнитные поля отдельных молекулярных токов уже не компенсируют друг друга, а создают дополнительное поле индукцией \vec{B}' .

Намагничиванием называется явление приобретения веществом магнитного момента. Все вещества являются магнетиками, т.е. способны намагничиваться под действием внешнего поля. Количественной характеристикой намагничивания вещества является **намагниченность** \vec{J} - магнитный момент единицы объема:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_{mi}}{\Delta V}, \quad (13.2)$$

где ΔV - объем, взятый в окрестности рассматриваемой точки, \vec{p}_{mi} - магнитный момент отдельной молекулы в этом объеме. Суммирование производится по всем молекулам, находящимся в объеме ΔV . Единица измерения намагниченности $[J] = \frac{A \cdot m^2}{m^3} = \frac{A}{m}$.

Если во внешнее магнитное поле \vec{B}_0 , созданное в вакууме, поместить какое либо вещество, то поле \vec{B}_0 будет складываться с созданным веществом дополнительным полем \vec{B}' . Следовательно в веществе возникает в **результатирующее поле с индукцией**

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \quad (13.3)$$

где \vec{B} - индукция магнитного поля в веществе, \vec{B}_0 - индукция внешнего магнитного поля, \vec{B}' - индукция магнитного поля, созданного веществом.

§ 14. Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость вещества.

В соответствии с (1.4) индукция магнитного поля в веществе \vec{B} связана с напряженностью \vec{H} соотношением:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}. \quad (14.1)$$

Подставляя (14.1) в теорему о циркуляции вектора \vec{B} (см. 5.3):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 \sum_{k=1}^N I_k, \text{ получим:}$$

$$\oint_L \mu\mu_0 \vec{H} d\vec{l} = \mu\mu_0 \sum_{k=1}^N I_k.$$

Для изотропной однородной среды магнитная проницаемость μ постоянна, поэтому множитель $\mu\mu_0$ можно вынести за знак интеграла

и сократить. В результате приходим к **теореме о циркуляции вектора напряженности**:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I_k . \quad (14.2)$$

В правой части этого равенства учитываются только токи, текущие по проводникам (токи проводимости), от молекулярных токов напряженность не зависит. Выражение (14.2) также не содержит величин, характеризующих свойства среды. Следовательно, **напряженность магнитного поля определяется только токами проводимости**, т.е. в вакууме и веществе напряженность одинакова (если поле создано одними и теми же проводниками с током). Тогда **теорему о циркуляции вектора \vec{H}** (14.2) можно сформулировать следующим образом: **циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром.**

В изотропных магнетиках **намагниченность пропорциональна напряженности магнитного поля**:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} , \quad (14.3)$$

где χ - **магнитная восприимчивость**, зависящая от рода вещества. Магнитная восприимчивость характеризует способность вещества намагничиваться. В соответствии с (14.3), она численно равна намагниченности вещества в поле единичной напряженности. Поскольку \vec{H} и \vec{J} имеют одинаковую размерность (А/м), то χ - безразмерная величина.

Индукция \vec{B}' магнитного поля, создаваемого магнетиком, также пропорциональна напряженности и зависит от рода вещества:

$$\vec{B}' = \mu_0 \chi \vec{H} . \quad (14.4)$$

Из (14.1) следует, что индукция \vec{B}_0 внешнего магнитного поля, т.е. поля в вакууме ($\mu = 1$), связана с напряженностью соотношением:

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H} . \quad (14.5)$$

Подставляя (14.1), (14.4) и (14.5) в (13.3), получим:

$\mu \mu_0 \vec{H} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H}$, откуда после сокращения следует, что

$$\mu = 1 + \chi . \quad (14.6)$$

Такова **связь магнитной проницаемости и магнитной восприимчивости**.

Выясним **физический смысл магнитной проницаемости**. Допустим, что имеется однородное магнитное поле \vec{B}_0 в вакууме. Заполним пространство, в котором существует это поле, однородным изотропным магнетиком с магнитной проницаемостью μ . Тогда индукция \vec{B} поля в магнетике (14.1) с учетом (14.5) может быть представлена как:

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \quad (14.7)$$

Отсюда следует, что **магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз магнетик изменяет магнитное поле.**

§ 15. Классификация магнетиков.

В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости χ все магнетики подразделяются на три основные группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

Диамагнетизм.

К диамагнетикам относятся вещества, магнитные моменты атомов и молекул которых в отсутствие внешнего магнитного поля равны нулю (векторная сумма орбитальных и собственных магнитных моментов электронов атома или молекулы равна нулю). При помещении диамагнетика во внешнее магнитное поле \vec{B}_0 происходит дополнительное вращение электронов вокруг направления поля. Возникающие при этом молекулярные токи создают поле \vec{B}' , направленное противоположно \vec{B}_0 . Поэтому в диамагнетике результирующее поле $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$ меньше внешнего поля, т.е. диамагнетик ослабляет внешнее поле и его магнитная проницаемость в соответствии с (14.7) меньше единицы ($\vec{B} < \vec{B}_0$, $\mu < 1$). Магнитные моменты этих молекулярных токов также направлены противоположно внешнему полю. Следовательно векторы намагниченности \vec{J} и напряженности \vec{H} имеют противоположные направления, а магнитная восприимчивость диамагнетиков, как это следует из (14.3) отрицательна ($\chi < 0$).

Магнитная восприимчивость диамагнетиков мала по величине ($|\chi| = 10^{-7} - 10^{-5}$), поэтому их магнитные свойства выражены слабо. Магнитная восприимчивость диамагнетиков практически не зависит от температуры. Диамагнетиками являются инертные газы, молекулярные

водород и азот, висмут, цинк, медь, золото, серебро, кремний, германий, ацетон, нафталин и многие другие органические и неорганические соединения.

Парамагнетизм.

К парамагнетикам относятся вещества, атомы и молекулы которых обладают магнитными моментами. В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул ориентированы хаотически. Поэтому суммарный магнитный момент всех молекул тела и результирующее поле в веществе равны нулю. При помещении парамагнетика во внешнее магнитное поле \vec{B}_0 магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию по направлению этого поля. Ориентированные таким образом молекулярные токи создают поле \vec{B}' , сонаправленное с \vec{B}_0 . Следовательно, в парамагнетике результирующее поле $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$ больше внешнего поля, т.е. парамагнетик усиливает внешнее поле и его магнитная проницаемость в соответствии с (14.7) больше единицы ($\vec{B} > \vec{B}_0$, $\mu > 1$). Суммарный магнитный момент всех молекул парамагнетика совпадает по направлению с внешним полем. Следовательно, векторы намагниченности \vec{J} и напряженности \vec{H} направлены одинаково, а магнитная восприимчивость парамагнетиков, как это следует из (14.3) положительна ($\chi > 0$).

Магнитная восприимчивость парамагнетиков невелика ($|\chi| = 10^{-5} - 10^{-3}$), но больше чем у диамагнетиков. Магнитная восприимчивость парамагнетиков обратно пропорциональна термодинамической температуре. Парамагнетиками являются алюминий, литий, натрий, кислород и многие другие вещества.

§ 16. Ферромагнетизм.

Класс ферромагнетиков образуют вещества, способные обладать намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. К их числу принадлежат железо, никель, кобальт, а также их сплавы и соединения.

Особые свойства ферромагнетиков обусловлены тем, что ферромагнетик состоит из доменов – областей спонтанной (т.е. самопроизвольной) намагниченности размером 1 – 10 мкм. В пределах одного домена спиновые магнитные моменты электронов ориентированы па-

раллельно и домен обладает большим магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны, и в отсутствие внешнего поля суммарный магнитный момент тела равен нулю (рис. 16.1а).

При постепенном увеличении внешнего поля сначала происходит смещение границ доменов за счет увеличения размеров доменов, магнитные моменты которых составляют наименьший угол с направлением \vec{H} (рис.16.1б), пока тело не станет монодоменным (рис.16.1в). При дальнейшем увеличении H происходит поворот магнитных моментов доменов в направлении внешнего поля (рис.16.1г).

В результате кривая намагничивания ферромагнетика, первоначальная намагниченность которого равнялась нулю, имеет вид, представленный на рис.16.2а. При $H = H_{\text{нас}}$ наступает насыщение и при последующем возрастании H намагниченность практически не изменяется, т.е. зависимость J от H для ферромагнетика имеет нелинейный характер, а магнитная восприимчивость $\chi = J/H$ зависит от H . Аналогичный характер имеет кривая намагничивания для индукции B магнитного поля в магнетике (рис. 16.3б).

Для ферромагнетика также характерно явление гистерезиса. Петля гистерезиса для ферромагнетика приведена на рис.16.3. Если

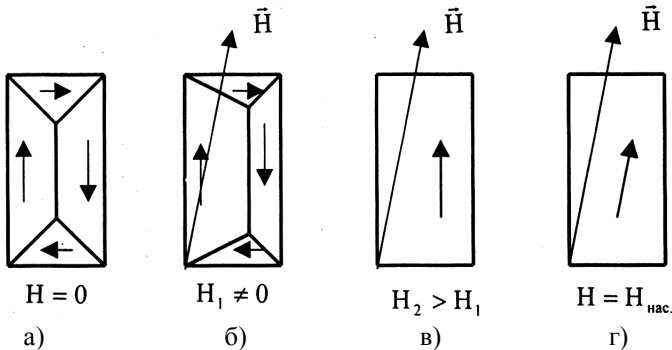


Рис.16.1 Изменение доменной структуры ферромагнетиков при постепенном увеличении магнитного поля

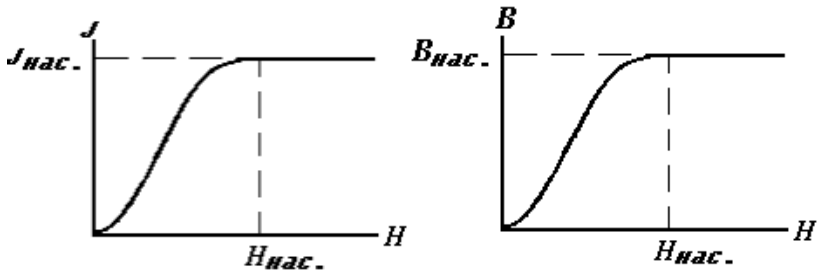


Рис. 16.2

довести намагниченность до насыщения (точка 1) и затем уменьшать напряженность магнитного поля, то индукция B изменяется не по первоначальной кривой 0 – 1, а по кривой 1 – 2. В результате, когда напряженность внешнего поля становится равной нулю (точка 2), намагниченность не исчезает. Магнитная индукция имеет при этом значение B_r , называемое остаточной индукцией. Индукция обращается в нуль лишь под действием поля H_c , направленного противоположно полю, вызвавшему намагничивание. Напряженность H_c называется коэрцитивной силой.

Причиной гистерезиса служат необратимые процессы поворота вектора \vec{J} домена, который не возвращается в первоначальное положение после уменьшения H . Гистерезис приводит к тому, что намагниченность ферромагнетика зависит не только от H , но и от предыстории образца – от того, в каких полях он побывал прежде.

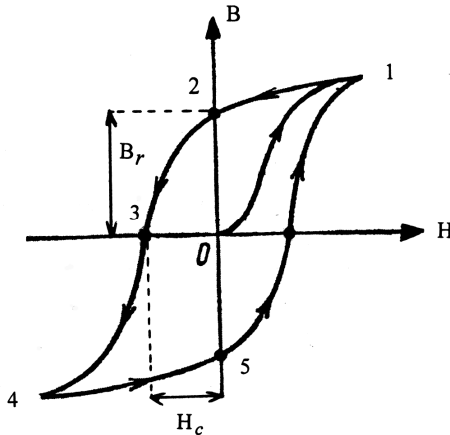


Рис.16.3. Кривая намагничивания 0 – 1 и петля гистерезиса 1-2-3-4-5-1

§ 17. Явление электромагнитной индукции. Электродвижущая сила индукции. Потокосцепление.

Явление электромагнитной индукции (открыто в 1831 г. Фарадеем) состоит в возникновении электродвижущей силы (ЭДС) индукции \mathcal{E}_i в контуре при изменении магнитного потока через площадь, ограниченную этим контуром. Если контур проводящий и замкнут, то в нем течет ток I_i , называемый индукционным. Направление индукционного тока можно найти с помощью **правила Ленца: индукционный ток направлен так, чтобы противодействовать причине его вызывающей**. На рис.17.1 показано направление индукционного тока I_i в круговом контуре при возрастании (а) и убывании (б) магнитной индукции \vec{B} внешнего поля, где \vec{B}_i - индукция магнитного поля, созданного током I_i в центре контура, препятствует соответствующему изменению магнитного потока в контуре.

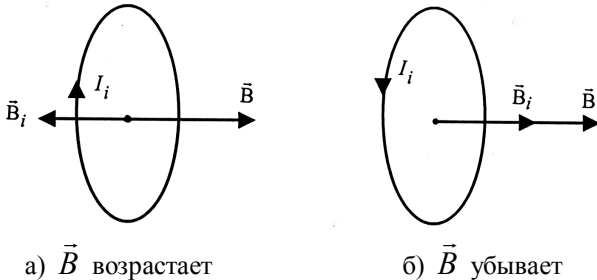


Рис. 17.1. Применение правила Ленца

Для получения выражения для ЭДС индукции \mathcal{E}_i рассмотрим проводящий контур (рис. 17.2), содержащий источник тока и подвижную перемычку 1 - 2. За время dt источник совершает работу

$$dA = \mathcal{E} Idt, \quad (17.1)$$

где I - сила тока в контуре, \mathcal{E} - ЭДС источника.

Когда перемычка 1 - 2 неподвижна работа dA источника полностью превращается в теплоту, которая находится по закону Джоуля-Ленца: $dQ = I^2 R dt$.

При перемещении перемычки за время dt в положение 1' - 2' магнитное поле совершит над перемычкой работу $dA' = Id\Phi$,

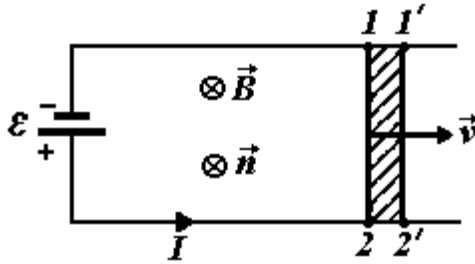


Рис. 17.2. Проводящий контур с перемычкой

где $d\Phi$ - магнитный поток через заштрихованную площадку, т.е. изменение магнитного потока за время dt . При движении перемычки совершаемая источником работа (17.1) идет на выделение теплоты и на работу по перемещению перемычки:

$$dA = dQ + dA' \quad \text{или} \quad \mathcal{E} I dt = I^2 R dt + I d\Phi. \quad (17.2)$$

Разделим (17.2) на $I dt$: $\mathcal{E} = IR + \frac{d\Phi}{dt}$. Откуда следует, что

$$I = \frac{\mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt}}{R}.$$

Полученное выражение означает, что кроме ЭДС \mathcal{E} источника в контуре действует еще электродвижущая сила индукции:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (17.3)$$

Формула (17.4) выражает **закон электромагнитной индукции: ЭДС индукции, возникающая в контуре, равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока через площадь, ограниченную контуром.** Знак минус в этом законе связан с правилом Ленца. В случае, изображенном на рис.17.2, площадь контура увеличивается, т.е. $d\Phi > 0$, $\mathcal{E}_i < 0$, в то время как $\mathcal{E} > 0$. Индукционный ток I_i течет противоположно току I и создает собственное поле \vec{B}_i , противодействующее увеличению магнитного потока (векторы \vec{B}_i и \vec{B} направлены противоположно).

Из (17.4) следует, что ЭДС индукции не зависит от способа изменения магнитного потока, а определяется только скоростью его изменения $d\Phi / dt$. В случае, изображенном на рис.17.2 изменение по-

тока происходило за счет изменения площади контура. При этом механизм возникновения ЭДС обусловлен действием магнитного поля на движущие заряды. Рассмотрим этот механизм более подробно.

Пусть прямолинейный проводник длиной l движется в магнитном поле индукцией \vec{B} (рис. 17.3). При движении проводника со скоростью \vec{v} с той же скоростью будут перемещаться и носители тока в

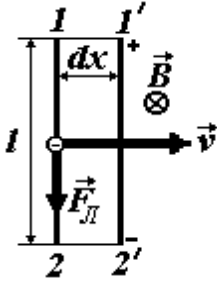


Рис.17.3.

проводнике – электроны. На каждый электрон будет действовать сила Лоренца $\vec{F}_L = -e[\vec{v}\vec{B}]$, направленная вдоль проводника (заряд электрона $q = -e$). Эта сила перемещает электроны в проводнике от точки 1 к точке 2, имеет неэлектростатическую природу и, следовательно, является сторонней силой. Найдем работу сторонней силы (силы Лоренца) по перемещению электрона вдоль проводника:

$$A_{cm.} = F_L l = evB \sin 90^\circ l = evBl. \quad (17.4)$$

Из определения ЭДС с учетом (17.5) получим:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm.}}{q} = \frac{A_{cm.}}{-e} = -Bvl. \quad (17.5)$$

Подставим в (17.6) выражение для скорости $v = \frac{dx}{dt}$:

$$\mathcal{E} = -Bl \frac{dx}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (17.6)$$

где dS - площадь, пересеченная проводником за время dt . Полученное выражение совпадает с 17.3 и означает, что в проводнике возникает ЭДС индукции.

Магнитный поток через контур может изменяться и за счет изменения \vec{B} . В этом случае возникновение ЭДС индукции связано с тем, что изменяющиеся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле. Под действием этого поля носители тока в контуре приходят в движение, образуя индукционный ток. В общем случае причиной возникновения ЭДС может являться одновременное действие силы Лоренца и вихревого электрического поля.

Пусть контур состоит из N изолированных друг от друга витков. Так как витки соединяются последовательно, то ЭДС индукции

\mathcal{E}_i в контуре будет равна сумме ЭДС \mathcal{E}_{ik} , индуцированных в каждом

контуре:
$$\mathcal{E}_i = \sum_{k=1}^N \mathcal{E}_{ik} = - \sum_{k=1}^N \frac{d\Phi_k}{dt} = - \frac{d}{dt} \sum_{k=1}^N \Phi_k, \quad (17.7)$$

где Φ_k - магнитный поток в k -ом витке.

Величину
$$\Psi = \sum_{k=1}^N \Phi_k \quad (17.8)$$

называют **потокосцеплением или полным магнитным потоком**. Если потоки, пронизывающие витки одинаковы, то

$$\Psi = N\Phi. \quad (17.9)$$

С учетом (17.7 – 17.9) ЭДС индукции в сложном контуре

определяется по формуле:
$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Psi}{dt}. \quad (17.10)$$

§18. Явление самоиндукции. Индуктивность. ЭДС самоиндукции. Индуктивность соленоида.

Текущий в контуре электрический ток I создаёт пронизывающий этот контур полный магнитный поток Ψ . Если ток в контуре изменяется, то изменяется и полный магнитный поток, вследствие чего в этом же контуре индуцируется ЭДС индукции. Это явление называется **самоиндукцией**, а возникающая ЭДС индукции – ЭДС **самоиндукции**.

Согласно закону Био-Савара-Лапласа магнитная индукция пропорциональна силе тока, создающего поле: $B \sim I$. Полный магнитный поток $\Psi \sim B$. Следовательно $\Psi \sim I$ или

$$\Psi = LI, \quad (18.1)$$

где коэффициент пропорциональности L между силой тока и полным магнитным потоком называется **индуктивностью** или коэффициентом самоиндукции.

При неизменной силе тока поток Ψ может изменяться за счёт формы и размеров контура. Кроме того, если внутри контура находится ферромагнетик, то Ψ будет нелинейной функцией от тока I . Таким образом, индуктивность зависит от формы и размеров контура, а так же от магнитных свойств окружающей контур среды. Как следует из (18.1), единица индуктивности - генри (Gn) равна индуктивности про-

водника, у которого при токе $I = 1A$ возникает потокосцепление $1Bб$: $[L] = Bб / A = Гн.$

Получим выражение для ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_s , подставив в (17.10) соотношение (18.1):

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt}\right)$$

(18.2)

Если при изменении тока индуктивность остается постоянной, выражение для ЭДС самоиндукции упрощается (т.к. $\frac{dL}{dt} = 0$):

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (18.3)$$

Знак минус в выражении (18.3) обусловлен правилом Ленца и означает, что ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_s препятствует изменению тока в контуре. Так, если ток возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$, $\mathcal{E}_s < 0$, индукционный ток I_s направлен противоположно току I (рис.18.1а). Если ток убывает, $\frac{dI}{dt} < 0$, $\mathcal{E}_s > 0$, $I_s > 0$ и совпадает по направлению с I (рис.18.1б). Наличие ЭДС самоиндукции приводит к тому, при замыкании или размыкании цепи, содержащей индуктивность, ток в цепи достигает установившегося значения или уменьшается до нуля не мгновенно, а за некоторое время.

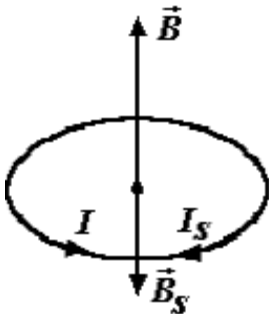


Рис. 18.1а. Ток I в контуре возрастает.

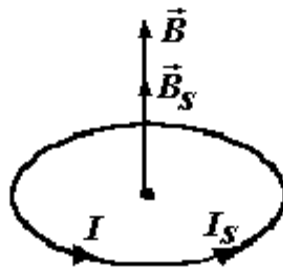


Рис. 18.1б. Ток I в контуре убывает.

Определим индуктивность соленоида, имеющего такие размеры, что его можно считать бесконечным. Индукция магнитного поля внутри соленоида (см. § 6) определяется формулой (6.6):

$$B = \mu_0 \mu n I. \quad (18.4)$$

Тогда с учетом (17.10) и (18.4) полный магнитный поток через все витки соленоида:

$$\psi = N\Phi = nlBS = \mu_0 \mu n^2 l S I = \mu_0 \mu n^2 V I. \quad (18.5)$$

где l - длина соленоида, S - площадь поперечного сечения, $V = Sl$ - объем соленоида, n - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, $N = nl$ - полное число витков соленоида.

Сравнение формул (18.1) и (18.2) даст для **индуктивности длинного соленоида** выражение:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V. \quad (18.6)$$

§19. Энергия и плотность энергии магнитного поля.

Пусть имеется цепь (рис.19.1), состоящая из соленоида индуктивностью L , источника тока с ЭДС \mathcal{E} , резистора сопротивлением R и ключа K . При замкнутом ключе K по соленоиду течёт постоянный ток I , который создаёт магнитное поле. Если отключить источник, разомкнув ключ, то через резистор и соленоид некоторое время будет течь убывающий ток, поддерживаемый возникающей в соленоиде ЭДС самоиндукции. За время dt ток совершит работу

$$dA = \varepsilon_s I dt. \quad (19.1)$$

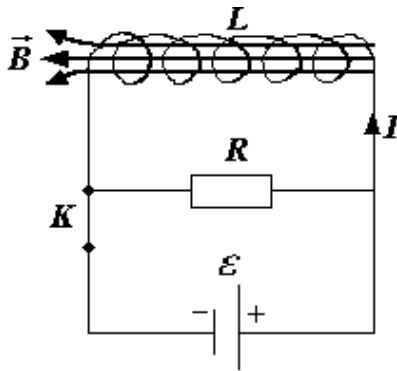


Рис. 19.1. Схема, поясняющая возникновение ЭДС самоиндукции при размыкании цепи

При $L=const$ ЭДС самоиндукции можно представить в виде (18.3):

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (19.2)$$

С учётом (19.2) формула (19.1) примет вид:

$$dA = -LI dI. \quad (19.3)$$

Работа при убывании тока от I до нуля:

$$A = \int_I^0 (-LI) dI = -L \int_I^0 I dI = -\frac{LI^2}{2} \Big|_I^0 = \frac{LI^2}{2} \quad (19.4)$$

Эта работа идёт на выделение тепла в резисторе R , обмотке соленоида и подводящих проводах и совершается за счёт энергии магнитного поля W : $A=W$. Следовательно, **энергия магнитного поля соленоида**

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (19.5)$$

Формула (19.5) пригодна не только для соленоида, но и для любого проводника с индуктивностью L , по которому течёт ток I .

В случае длинного соленоида индуктивность определяется выражением (18.6): $L = \mu_0 \mu n^2 V$, а напряжённость магнитного поля

$H=nI$ (см. формулу 6.7 из § 6), что позволяет привести (19.5) к виду:

$$W = \frac{\mu_0 \mu n^2 V I^2}{2} = \frac{\mu_0 \mu H^2 V}{2}, \quad (19.6)$$

где V - объём соленоида. Энергия W магнитного поля сосредоточена внутри соленоида и равномерно распределена по его объёму. Найдём **объёмную плотность энергии**

$$w = \frac{W}{V}, \quad (19.7)$$

представляющую собой энергию, заключённую в единице объёма.

Подставляя (19.6) в (19.7) получим:

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \quad (19.8)$$

Учитывая связь (1.4) между индукцией \vec{B} и напряжённостью \vec{H} : $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$, выражение (19.8) для **объёмной плотности энергии магнитного поля** можно записать тремя способами:

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{BH}{2}. \quad (19.9)$$

Данные формулы получены для случая однородного поля, но она справедлива и для неоднородного поля. Из (19.9) следует, что объёмная плотность энергии магнитного поля зависит от величины напряжённости и магнитных свойств среды.

§20. Вихревое электрическое поле.

Пусть индукционный ток в контуре обусловлен изменениями магнитного поля. В данном случае возникновение ЭДС индукции можно объяснить, исходя из теории Максвелла. Согласно этой теории изменяющиеся со временем магнитное поле вызывает появление электрического поля. Поскольку это электрическое поле создается не зарядами (как электростатическое), то силовые линии не могут начинаться на зарядах и являются замкнутыми. Таким образом, электрическое поле, создаваемое изменяющимся магнитным полем, является вихревым. Напряжённость его обозначают \vec{E}_B в отличие от поля неподвижных зарядов \vec{E}_Q . На рисунке 20.1 показаны силовые линии вихревого электрического поля для случая возрастания величины индукции \vec{B} магнитного поля.

Возникновение индукционного тока (как и любого другого тока) обусловлено появлением в контуре сторонних сил, которые действуют

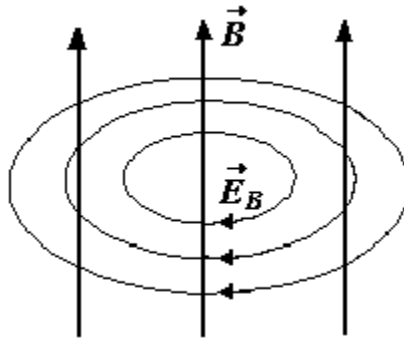


Рис. 20.1. Силовые линии вихревого электрического поля

на носители тока со стороны вихревого электрического поля. Известно, что ЭДС (в данном случае ЭДС индукции) равна циркуляции вектора напряжённости поля сторонних сил (в данном случае \vec{E}_B) по контуру:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_B d\vec{l}, \quad (20.1)$$

где $d\vec{l}$ - элемент длины контура. Согласно (17.4) ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}, \quad (20.2)$$

где S - произвольная поверхность, ограниченная контуром. Приравняв правые части формул (20.1) и (20.2), придём к соотношению:

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l}, = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (20.3)$$

В общем случае электрическое поле может создаваться не только изменяющимся магнитным полем, но и неподвижными зарядами. Электростатическое поле \vec{E}_Q потенциально, его линии напряжения начинаются и заканчиваются на зарядах, а циркуляция вектора напряжённости \vec{E}_Q электростатического поля равна нулю: $\oint_L \vec{E}_Q d\vec{l} = 0$. (20.4)

Складывая левые и правые части выражений (20.3) и (20.4), получим:

$$\begin{aligned} \oint_L (\vec{E}_B + \vec{E}_Q) d\vec{l} &= -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad \text{или} \\ \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} \end{aligned} \quad (20.5)$$

где $\vec{E} = \vec{E}_B + \vec{E}_Q$ - напряжённость суммарного электрического поля.

Уравнение (20.5) является одним из основных в теории Максвелла и означает, что **циркуляция вектора напряжённости электрического поля равна взятой с обратным скорости изменения магнитного потока через площадь, ограниченную контуром**. В частности, если магнитный поток $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$ не изменяется с течением времени, то

правая часть в (20.5) равна нулю. Это означает, что существует только электростатическое поле, циркуляция которого равна нулю.

§21. Ток смещения

Максвелл также выдвинул гипотезу, что **изменяющееся электрическое поле вызывает появление магнитного поля**. На рис. 21.1 показаны линии индукции \vec{B} магнитного поля, создаваемого при возрастании электрического поля.

Рассмотрим магнитное поле, создаваемое током, текущим при зарядке конденсатора (рис. 21.2) от источника постоянного напряжения U . Этот ток непостоянен во времени и прекращается, когда напряжение на конденсаторе становится равным U .

Токи, обусловленные **направленным движением носителей тока**, называются **токами проводимости**. В данном случае ток проводимости течет по подводящим проводам и создает вокруг них магнитное поле. По мере зарядки конденсатора поверхностная плотность заряда σ на его пластинах увеличивается, а следовательно изменяется и напряженность электрического поля \vec{E} в пространстве между пластинами, т.к.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad (21.1)$$

где ε_0 - электрическая постоянная, ε - диэлектрическая проницаемость среды. Это изменяющееся электрическое поле создает вблизи пластин конденсатора магнитное поле.

Электрическое смещение D связано с напряженностью E :

$$D = \varepsilon_0\varepsilon E. \quad (21.2)$$

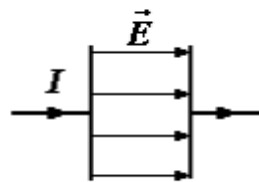
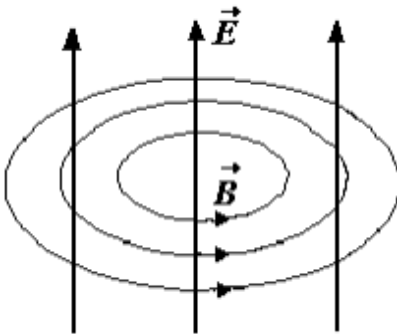


Рис. 21.1. Магнитное поле, созданное переменным электрическим полем.

Рис. 21.2. Ток и электрическое поле при зарядке конденсатора.

Подставляя (21.1) в (21.2), получим:

$$D = \sigma. \quad (21.3)$$

Найдем величину тока I , текущего по проводам при зарядке конденсатора:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{Sd\sigma}{dt}, \quad (21.4)$$

где dQ и $d\sigma$ - изменения заряда и поверхностной плотности заряда на пластинах за время dt , S - площадь пластины конденсатора. Выражение (21.4) с учетом (21.3) можно записать в виде:

$$I = S \frac{dD}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt}. \quad (21.5)$$

Получившуюся в правой части выражения (21.5) величину, характеризующую быстроту изменения потока вектора электрического смещения и имеющую размерность тока, называют **током смещения**:

$$I_{cm} = \frac{d\Phi_D}{dt}. \quad (21.6)$$

Плотность тока смещения $j_{cm} = I_{cm} / S$ равна

$$j_{cm} = \frac{dD}{dt}, \quad (21.7)$$

Следовательно, под **плотностью тока смещения понимают скорость изменения электрического смещения**. Формула (21.7) была получена для частного случая зарядки конденсатора, но справедлива и для любого изменяющегося электрического поля. Термин «ток смещения» является условным. Такое название изменяющееся электрическое поле получило в связи с тем, что оно также, как и токи проводимости, создает магнитное поле.

В общем случае скорость изменения электрического смещения в различных точках пространства может быть разной. В этом случае сила тока смещения через произвольную поверхность S с учетом (21.7) определяется формулой:

$$I_{cm} = \int_S \vec{j}_{cm} d\vec{S} = \int_S \frac{d\vec{D}}{dt} d\vec{S}. \quad (21.8)$$

В последнем соотношении производную по времени можно вынести за знак интеграла, т.к. интегрирование производится по поверхности, а не по времени:

$$I_{cm} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S} = \frac{d\Phi_D}{dt}. \quad (21.9)$$

Таким образом, сила тока смещения через поверхность S характеризует скорость изменения потока вектора электрического смещения через эту поверхность.

В соответствии с теоремой о циркуляции вектора напряженности \vec{H} магнитного поля (14.2):

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I_i, \quad (21.10)$$

где $\sum I_i$ - сумма токов, охватываемых контуром интегрирования. Если магнитное поле создается токами проводимости и токами смещения, то теорема о циркуляции примет вид:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_{np} + I_{см}. \quad (21.11)$$

Стоящую в правой части выражения (21.11) сумму токов проводимости и токов смещения называют полным током.

В общем случае ток проводимости может быть представлен в виде аналогичном (21.8):

$$I = \int_S \vec{j}_{np} d\vec{S}. \quad (21.12)$$

Подставляя в (21.11) формулы (21.12) и (21.9), приходим к одному из уравнений Максвелла:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{np} d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S} \quad (21.13)$$

Уравнение (21.13) показывает, что циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру L равна сумме тока проводимости через произвольную поверхность S , охватываемую контуром L , и скорости изменения потока вектора электрического смещения через ту же поверхность.

§22. Уравнения Максвелла.

Открытие тока смещения позволило Максвеллу создать единую теорию электрических и магнитных явлений. Это теория объяснила все известные в то время экспериментальные факты и предсказала ряд новых явлений, существование которых подтвердилось впоследствии. В частности, теория предсказала существование электромагнитных волн, распространяющихся со скоростью света. Основу теории образуют уравнения Максвелла. В учении об электромагнетизме эти уравнения играют такую же роль, как законы Ньютона в механике.

Первую пару уравнений Максвелла образуют уравнения (20.5) и (7.4):

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}, \quad (22.1)$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (22.2)$$

Первое уравнение связывает напряженность электрического поля с изменением вектора \vec{B} по времени и, по существу, выражает закон электромагнитной индукции. Оно подтверждает гипотезу Максвелла о том, что изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое. **Математически выражение (22.1) показывает, что циркуляция вектора напряженности электрического поля по произвольному замкнутому контуру L равна взятой с обратным знаком скорости изменения потока вектора магнитной индукции через поверхность S , ограниченную этим контуром.**

Второе уравнение представляет собой теорему Гаусса для магнитного поля: **поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.** Оно указывает на замкнутость линий магнитной индукции.

Вторая пара уравнений Максвелла связывает напряженность магнитного поля \vec{H} с электрическим смещением \vec{D} , которое входит в теорему Гаусса:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum Q_i, \quad (22.3)$$

где $\sum Q_i$ - алгебраическая сумма свободных зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности S . В случае произвольного распре-

ления зарядов в объеме V оно характеризуется объемной плотностью заряда – зарядом, заключенном в единице объема: $\rho = \frac{dQ}{dV}$,

$$\text{откуда сумма зарядов в объеме } V : \quad \sum Q_i = \int \rho dV . \quad (22.4)$$

Тогда теорему Гаусса (22.3) для вектора \vec{D} можно представить в виде:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV . \quad (22.5)$$

Вторая пара уравнений Максвелла включает в себя уравнения (21.13) и (22.5):

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{np} d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S}, \quad (22.6)$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV . \quad (22.7)$$

Первое уравнение устанавливает связь между токами проводимости и смещения и порождаемым ими магнитным полем. Его математическая формулировка приведена в комментариях к соотношению (21.12). Второе уравнение показывает, что источниками электрического поля могут служить электрические заряды.

Уравнения (22.1),(22.2),(22.6) и (22.7) представляют собой уравнения Максвелла в интегральной форме. В первую пару входят только основные характеристики: \vec{E} и \vec{B} , во вторую только вспомогательные: \vec{D} и \vec{H} .

Для расчета характеристик полей по заданным распределениям в пространстве зарядов и токов уравнения Максвелла нужно дополнить уравнениями связи:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \quad (22.8)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (22.9)$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (22.10)$$

Последнее уравнение представляет собой закон Ома в дифференциальной форме, где γ - удельная электропроводность. Совокупность уравнений Максвелла (22.1), (22.2), (22.6), (22.7) и уравнений связи (22.8 - 22.10) образуют основу электродинамики покоящихся сред.

§23. Электромагнитное поле. Электромагнитные волны.

Из теории Максвелла следует, что электрические и магнитные поля могут существовать в отсутствие зарядов ($\sum Q_i = 0$) и токов проводимости ($\sum I_i = 0$). В этом случае уравнения Максвелла имеют вид:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}, \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S}, \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = 0. \quad (23.1)$$

Первое из этих уравнений означает, что переменное во времени магнитное поле порождает электрическое; третье – что переменное электрическое поле порождает магнитное. Второе и четвертое показывают, что порожденные при этом поля являются вихревыми. Возникающие поля также являются переменными и создают в окружающем пространстве соответствующие поля. **Взаимосвязанные переменные электрические и магнитные поля называют электромагнитным полем.** Таким образом, если возбудить переменное электромагнитное поле (например, с помощью колеблющихся зарядов), то в окружающем пространстве возникает последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке. Используя уравнения Максвелла, можно показать, что процесс распространения электромагнитного поля носит волновой характер. **Электромагнитной волной** называется **распространяющееся в пространстве электромагнитное поле.**

Из уравнений Максвелла следует, что **электромагнитная волна** является **поперечной**, т.е. векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются перпендикулярно направлению распространения волны. Сами же векторы \vec{E} и \vec{H} также взаимно перпендикулярны (рис. 23.1). **Скорость распространения электромагнитных волн**

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (23.2)$$

где $c = 3,0 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме, ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды (для вакуума $\epsilon=1$, $\mu=1$, $v=c$).

В плоской электромагнитной волне, распространяющейся вдоль оси x (рис.23.1), колебания векторов напряженности электрического и магнитного полей могут происходить по гармоническому закону:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_m \cos(\omega t - kx + \alpha), \\ \vec{H} &= \vec{H}_m \cos(\omega t - kx + \alpha),\end{aligned}\quad (23.3)$$

где $\vec{E}(x, t)$ и $\vec{H}(x, t)$ - векторы напряженности электрического и магнитного полей в точке с координатой x в момент времени t ; \vec{E}_m и \vec{H}_m - амплитудные значения напряженностей полей, ω - циклическая частота, $k = \omega / v = 2\pi / \lambda$ - волновое число (λ - длина волны), x - расстояние от источника плоских волн до точки, в которой определяются векторы \vec{E} и \vec{H} ; $(\omega t - kx + \alpha)$ - фаза колебаний, α - начальная фаза.

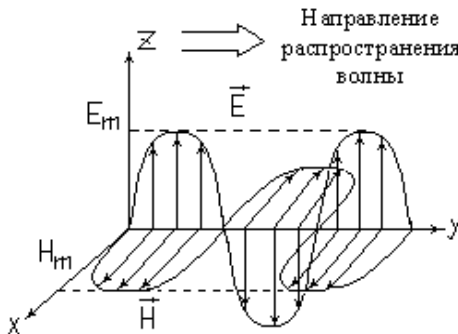


Рис. 23.1. Направление колебаний векторов E и H в электромагнитной волне

Выражение (23.3) представляет собой **уравнение плоской электромагнитной волны**. Из этого уравнения и рис. 23.1 видно, что векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются в одинаковых фазах: они одновременно увеличиваются от нуля до наибольшего значения, а затем одновременно уменьшаются до нуля и т.д.

Теоретически существование электромагнитных волн было предсказано Максвеллом в 1865 г. В 1888г. Герц получил электромагнитные волны длиной от 1 до 10м (невидимые человеческим глазом) и осуществил первые опыты с ними. В 1896г. Попов с помощью электромагнитных волн передал словестное сообщение на расстояние около 250м, заложив основы радиосвязи.

ОГЛАВЛЕНИЕ

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

1. Магнитное поле. Магнитный момент. Магнитная индукция. Напряженность магнитного поля.....	4
2. Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции магнитных полей. Линии магнитной индукции	6
3. Магнитное поле прямолинейного проводника с током.....	10
4. Магнитное поле в центре кругового проводника с током.....	12
5. Циркуляция вектора магнитной индукции.....	14
6. Магнитное поле тороида и соленоида с током.....	15
7. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля.....	19
8. Различия между электростатическим и магнитным полями.....	21
9. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (Сила Ампера). Взаимодействие параллельных токов.....	22
10. Сила Лоренца	25
11. Контур с током в магнитном поле.....	28
12. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.....	30

МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ

13. Магнитные моменты электронов и атомов. Магнитное поле в веществе. Намагниченность.....	32
14. Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемости вещества	33
15. Классификация магнетиков	35
16. Ферромагнетизм.....	36

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

17. Явление электромагнитной индукции. Электродвижущая сила индукции. Потокосцепление.	39
18. Явление самоиндукции. Индуктивность. ЭДС самоиндукции. Индуктивность соленоида	42
19. Энергия и плотность энергии Магнитного поля.....	44
20. Вихревое электрическое поле.....	46

21. Ток смещения.....	48
22. Уравнения Максвелла	51
23. Электромагнитное поле. Электромагнитные волны.....	53