3.1.6 Математическое описание тарельчатой ректификации бинарной смеси

При математическом описании процесса массопереноса между паровой и жидкой фазами для характеристики движения потоков фаз используют самые разнообразные модели: от простейших идеального вытеснения и смешения до комбинированных. Рассмотрим одну из математических моделей.

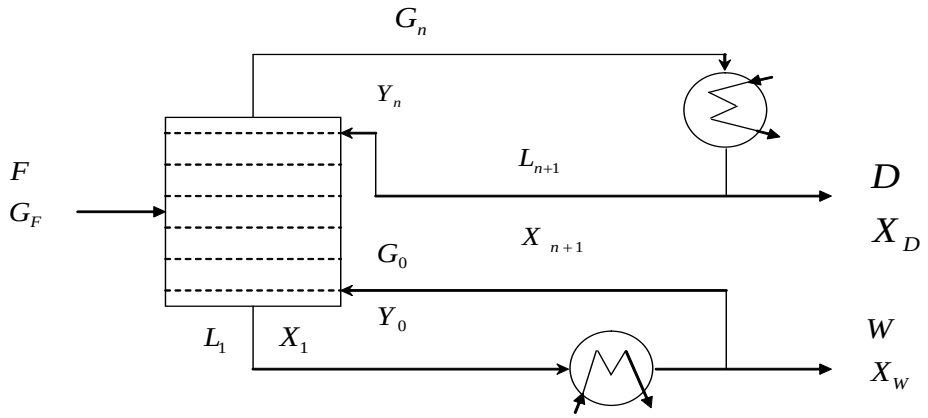

Рис. 3.4 – Схематическое изображение процесса ректификации

Колонна содержит n тарелок, куб и конденсатор. В кубе происходит испарение части жидкости за счет подвода тепла, пары поднимаются вверх по колонне, обогащаются легколетучим компонентом, конденсируются. Продукты отбираются в виде дистиллята D $\left[\frac{кг}{с}\right]$ составом X_D $\left[\frac{кг}{кг}\right]$ и кубового остатка W $\left[\frac{кг}{с}\right]$ составом X_W $\left[\frac{кг}{кг}\right]$. Концентрация измеряется по легколетучему компоненту.

Приняты следующие условные обозначения на рис. 3.4: G – расход паровой фазы, $\left[\frac{кг}{с}\right]$; L – расход жидкой фазы, $\left[\frac{кг}{с}\right]$; F – расход исходной смеси, $\left[\frac{кг}{с}\right]$; G_X, G_T – массовые расходы хладоагента в конденсаторе и теплоносителя в кубе, Y – состав паровой фазы, $\left[\frac{кг}{кг}\right]$, X – состав жидкой фазы, $\left[\frac{кг}{кг}\right]$; индексы 0, 1, n, n+1 – характеризуют нумерацию тарелок - снизу вверх.

При построении модели примем следующие допущения:

1. Жидкость на тарелках колонны, в кубе и конденсаторе идеально смешивается.
2. Движение потока пара при его контакте с жидкостью может быть описано гидродинамической моделью идеального вытеснения.
3. Жидкость на тарелках колонны находится при температуре кипения, пар – при температуре конденсации. Питание в колонну подается в жидкой фазе,

при температуре кипения. Орошение (L_{n+1}) поступает в колонну также при температуре кипения.

4. Количество пара и жидкости в потоках по высоте колонны не изменяется в пределах каждой секции. Это соответствует допущению, что количество тепла, затрагиваемое на испарение 1 моля жидкости равно количества тепла, выделяющемуся при конденсации 1 моля пара.
5. Унос жидкости паром с тарелок отсутствует.
6. Пар равномерно распределяется по всему массообменному пространству тарелки.
7. Куб колонны работает как парциальный испаритель, т.е. в кубе поддерживается постоянное давление.
8. В конденсаторе колонны происходит полная конденсация. Дистиллят отбирают в жидкой фазе.
9. Интенсивность массообмена между жидкостью и паром на тарелке характеризуется объемным коэффициентом массопередачи V_{iV}, значение которого постоянно для всех точек массообменного пространства i – ой тарелки. Так как жидкость идеально смешивается, следовательно, сопротивление массопереносу сосредоточено в паровой фазе и движущая сила записывается в виде:

$$\Delta Y_i = Y_i^* - Y_i$$

где $Y_i^* = f(P, X_i)$ - зависимость равновесного состава жидкости при заданном давлении в колонне.

10. Количество питания *F*, его состав *X*, величины отбора дистиллята *D* и кубового остатка *W* считаются заданными.

Задачей моделирования является определение составов жидкости и пара на всех тарелках колонны, а также составов получаемых продуктов.

Основу модели процесса ректификации составляет математическое описание массопередачи на отдельной тарелке.

3.2.1 Математическое описание тарелок ректификации

Пусть конструктивно задана колпочковая тарелка с переливом

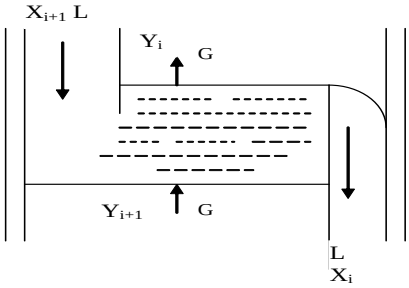

Рис. 3.5 – Схематическое изображение тарелки

Для характеристики массообменного пространства тарелки введем величину ε_n – удерживающую способность тарелки по паровой фазе $\left[\frac{м^3}{м^3}\right]$ –

относительный объем массообменного пространства тарелки, который занимает паровая фаза.

В соответствии с принятыми допущениями массовый расход жидкости и паровой фаз не меняется по высоте колонны, изменяется только концентрация легколетучего компонента. Температуры потоков на каждой тарелки рассчитываются, исходя из соотношений:

$$T_{жi} = f_1(P, X_i) \quad (3.36)$$

$$T_{Пi} = f_2(P, Y_i) \quad (3.37)$$

где $T_{жi}$, $T_{Пi}$ – температура жидкой и паровой фаз на i – ой тарелке.

Для определения неизвестных величин Y_i, X_i запишем два уравнения материального баланса. Выделим в массообменном пространстве тарелки элементарный объем и, учитывая, что концентрация потоков изменяется в результате вынужденной конвекции и массопередачи, составим материальные балансы по жидкой и паровой фазам для i – ой тарелки (легколетучий компонент)

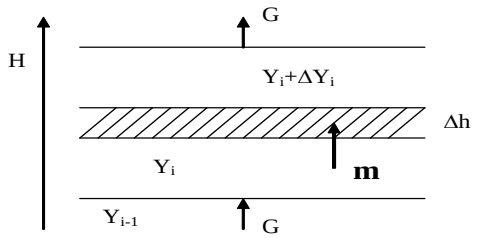

Рис. 3.6 – Элементарный объем

$$\Delta M = M^{к}_{вх}\Delta t - M^{к}_{вых}\Delta t + m\Delta t \quad (3.38)$$

где m – элементарное количество легколетучего компонента, которое переходит из жидкой фазы в паровую.

$$\Delta(\varepsilon_n S\Delta h\rho_n Y_i) = \left[GY_i - G(Y_i - \Delta Y_i) + K_{Yi}S\Delta h(Y_i^* - Y_i)\right]\Delta t \quad (3.39)$$

где S – сечение тарелки, ρ_n – плотность паровой фазы. Окончательно получим следующее дифференциальное уравнение материального баланса для паровой фазы:

$$\varepsilon_n S\rho_n \frac{\partial Y_i}{\partial t} = -G\frac{\partial Y_i}{\partial h} + K_{Yi}S(Y_i^* - Y_i) \quad (3.40)$$

Здесь принимается, что плотность ρ_n изменяется незначительно в процессе.

Для жидкой фазы принято идеальное смешение, поэтому материальный баланс составляем для всего массообменного пространства тарелки. В этом случае необходимо определить полное количество легколетучего компонента $M_л$, которое теряет жидкая фаза на i – ой тарелке очевидно

$$M_{лi} = \int_0^{V_{Ti}} K_{Yi}(Y_i^* - Y_i)dV = GY_i - GY_{i-1} \quad (3.41)$$

где V_{Ti} – объем массообменного пространства.

Учитывая это уравнение, концентрацию X_i можно определить из уравнения 3.42:

$$\frac{dM}{dt} = M^{к}_{вх} - M^{к}_{вых} - M_л \quad (3.42)$$

Для i – ой тарелки

$$(1-\varepsilon_{ni})V_T\rho_{жi}\frac{dX_i}{dt}=L(X_{i+1}-X_i)-G(Y_{i-1}-Y_i) \qquad (3.43)$$

где $\rho_{жi}$ – плотность жидкой фазы. Принимается, что $\rho_{жi}$ – изменяется незначительно в процессе.

Полученные уравнения 3.40, 3.43 справедливы для укрепляющей секции колонны. Для исчерпывающей секции при справедливости сделанных допущений уравнение 3.43 необходимо переписать для тарелки, на которую поступает питание, а именно:

$$(1-\varepsilon_{ni})V_T\rho_{жi}\frac{dX_i}{dt}=L(X_{i+1}-X_i)-G(Y_{i-1}-Y_i)+FX_F \qquad (3.44)$$

Для тарелок, которые расположены ниже тарелки питания, концентрация рассчитывается, исходя из уравнения 3.44, а расход, исходя из соотношения:

$$L_{f+1}=L_{f-1}+F \qquad (3.45)$$

где f номер тарелки питания.

Для колонны ректификации кроме математического описания тарелок необходимо составить математическое описание куба колонны и конденсатора.

3.2.2 Математическое описание куба колонны

В данном случае величины L_1, X_1, T_1 (рис 3.7) определяются, исходя из расчета тарелок; V_T, T_{T0} – массовой расход и начальная температура теплоносителя заданы; известной величиной считается и W. Требуется определить шесть неизвестных величин.

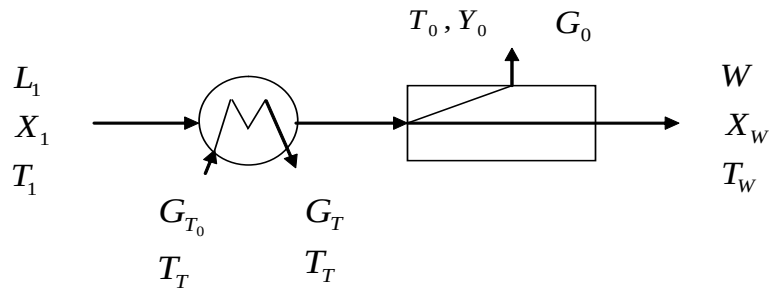

Рис.3.7 – Схематическое изображение кубы колонны

Примем, что пар и жидкость в кубе находятся в состоянии равновесия. Поэтому $T_0=T_W, Y_0=Y_0^*=f(P,X_W)$

Принимая, что плотность жидкой и паровой фаз в кубе изменяются незначительно, можно записать уравнение:

$$\frac{dM_W}{dt}=L_1-G_0-W \qquad (3.46)$$

где M_W – масса жидкой фазы в кубовой емкости. Для определения X_W запишем материальный баланс по легколетучему компоненту.

$$\frac{d}{dt}(V_W\rho_W C_{PW}T_W)=L_1X_1-G_0Y_0-WX_W \qquad (3.47)$$

где V_W – объем жидкой фазы в кубе.

Кроме материальных балансов необходимо составить тепловые балансы:

1. Для кубовой жидкости

$$\frac{d}{dt}(V_W \rho_W C_{PW} T_W) = L_1 C_{P1} T_1 - G_0 (C_{P0} T_0 + r) - W C_{PW} T_W + \alpha_W F_W (T_{CT} - T_W) \qquad (3.48)$$

где α_W, F_W – коэффициенты теплоотдачи и поверхность теплоотдачи, r – теплота парообразования, C_P – теплоемкость, T_{CT} – температура стенки змеевика (теплообменник змеевикового типа).

2. Для теплоносителя (идеальное вытеснение)

$$S_T \rho_T C_{PT} \frac{\partial T_T}{\partial t} = -G_T C_{PT} \frac{\partial T_T}{\partial l} - \alpha \Pi_T (T_T - T_{CT}) \qquad (3.49)$$

где l – длина змеевика.

3. Для стенки змеевика

$$S_{CT} \rho_{CT} C_{PCT} \frac{dT_{CT}}{dt} = \alpha_T \Pi_T (T_T - T_{CT}) - \alpha_W \Pi_W (T_{CT} - T_W) \qquad (3.50)$$

3.2.3 Математическое описание конденсатора

Учитывая, что в конденсаторе (рис. 3.8) имеет место полная конденсация, получим: $T_D = T_{n+1}, X_{n+1} = X_D$

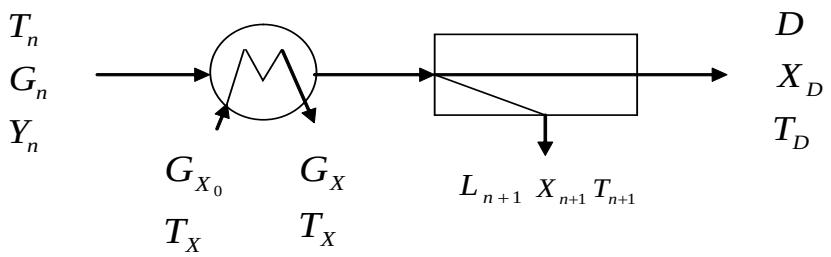

Рис.3.8 – Схематическое изображение конденсатора

Запишем материальные и тепловые балансы по аналогии с уравнениями 3.46 – 3.50.

$$\frac{dM_D}{dt} = G_n - D - L_{n+1} \qquad (3.51)$$

$$\frac{d}{dt}(V_D \rho_D X_D) = G_n Y_n - D X_D - L_{n+1} X_{n+1} \qquad (3.52)$$

$$\frac{d}{dt}(V_D \rho_D C_{PD} T_D) = G_n C_{Pn} T_n - D C_{PD} T_D - L_{n+1} C_{Pn+1} T_{n+1} \qquad (3.53)$$

$$S_X \rho_X C_{PX} \frac{\partial T_X}{\partial t} = -G_X C_{PX} \frac{\partial T_X}{\partial l} - \alpha_X \Pi_X (T_{CT} - T_X) \qquad (3.54)$$

$$S_{CT} \rho_{CT} C_{PCT} \frac{dT_{CT}}{dt} = \alpha_D \Pi_D (T_D - T_{CT}) - \alpha_X \Pi_X (T_{CT} - T_X) \qquad (3.55)$$

Уравнения с 3.40 по 3.55 и представляют собой математическое описание тарельчатой ректификации бинарной системы.

3.3 Пример составления математической модели насадочного абсорбера

Извлечение двуокиси азота из газовой фазы проводится водой в насадочном абсорбере. Процесс протекает изотермически. Принять, что движение газовой фазы (G) описывается моделью вытеснение, движение

жидкой фазы (L) – комбинированной моделью. Построить математическую модель процесса.

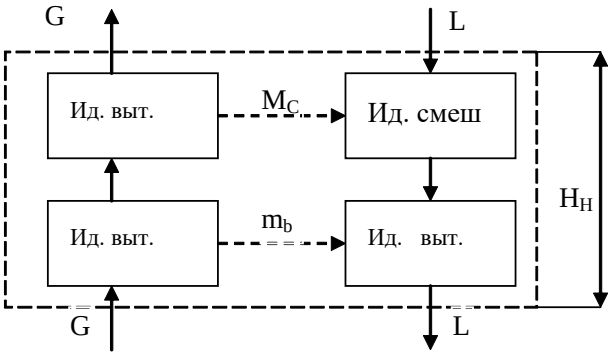

Рис. 3.9 – Схематическое изображение движения потоков в насадочном абсорбере

На рис. 3.9 условно представлено, что объем, занимаемый газовой фазой, состоит из двух последовательно соединенных ячеек вытеснения. M_c – полное количество двуокиси азота, которое переходит из газовой фазы в ячейку идеального смешения; $m_в$ – элементарное количество двуокиси азота, которое переходит из газовой фазы в жидкую; H_H – высота насадки.

Пусть εV – объем, который занимает газовая фаза; γV – объем, занимаемый зоной смешения; тогда $(1-\varepsilon-\gamma)V$ – объем, который занимает ячейка идеального вытеснения в жидкой фазе.

Примем, что L и G измеряется в [кг/с], а X и Y – в [кг/кг]. Обозначим: X_c, $X_в$ – соответственно концентрация двуокиси азота в ячейки смешения и вытеснения, расположенных в жидкой фазе.

В процессе абсорбции газовая фаза обменивается массой как с ячейкой смешения, так и с ячейкой вытеснения. Математическое описание составляем отдельно для каждой ячейки и для каждой фазы. Перенос массы из газовой фазы в жидкую фазу определяем в соответствии с основным уравнением массопередачи (3.1)

Если в условии задачи не оговорено, легкорастворимые газы или труднорастворимые, то при определении движущей силы процесса возможны два случая. Если модель симметричная, то движущая сила записывается через концентрацию той фазы, для которой составляется материальный баланс. Симметричной моделью является, например, когда обе фазы описываются моделью вытеснения.

Составим материальный баланс по двуокиси углерода для газовой фазы. С этой целью выделим элементарный объем в слое насадки и сориентируем этот объем относительно оси ординат H.

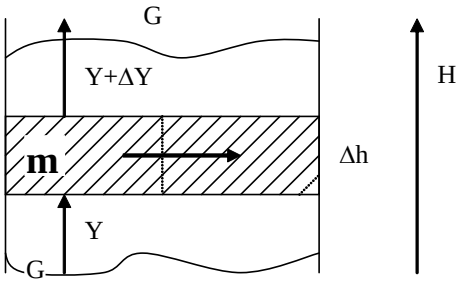

Рис. 3.10 – Схематическое изображение элементарного объема

Выделенный элементарный объем в газовой фазе ($\Delta V_г$) определяется из соотношения $\Delta V_г = \varepsilon \Delta V = \varepsilon S \Delta h = \varepsilon S_k \varphi \Delta h$, где $S = S_K \varphi$ - свободное сечение насадки, [м^2]; S_k – сечение колонны, φ – коэффициент свободного сечения насадки.

Используя закон сохранения массы, запишем материальный баланс

$$\Delta M = M_{BX}^{K} \Delta \mathrm{t} - \left(M_{BЫX}^{K} + \mathrm{m}\right)\Delta t \qquad (3.56)$$

Примем, что расходы фаз по высоте колонны не изменяются, изменяется только концентрация. Поэтому

$$\begin{aligned} &\Delta M = \Delta(\varepsilon F \Delta h \rho_G Y) = \varepsilon F \Delta h \rho_G \Delta Y \\ &M_{BX}^{K} = LY \\ &M_{BЫX}^{K} = L(Y + \Delta Y) \end{aligned} \qquad (3.57)$$

Для определения m используем соотношение (3.1)

$$\begin{aligned} &m = K_Y F \Delta h \left(Y - Y^*\right) \\ &Y^* = f\left(P, T, X\right) \end{aligned} \qquad (3.58)$$

где через X обозначена концентрация ячейки смешения X_C или ячейки вытеснения X_B; Y^* - равновесная концентрация.

Подставим соотношения (3.57 - 3.58) в уравнение (3.56). Получим:

$$\varepsilon F \Delta h \rho_C \Delta Y = LY\Delta t - L\left(Y + \Delta Y\right)\Delta t - K_y F \Delta h \left(Y - Y^*\right)\Delta t \qquad (3.59)$$

Разделим правую и левую часть этого уравнения не $\Delta h \cdot \Delta t$ и перейдем к пределу $\Delta h \to 0, \Delta t \to 0$.

$$\varepsilon F \rho_G \frac{\partial Y}{\partial t} = -L \frac{\partial Y}{\partial h} - K_Y F \left(Y - Y^*\right) \qquad (3.60)$$

Так как газовая фаза обменивается с разными зонами (рис. 3.9), примем, что коэффициент массопередачи в пределах каждой зоны различен ($К_Y$=$К_{YC}$ или $К_Y$=$К_{YB}$). Это замечание будет учтено ниже.

Составим материальный баланс по двуокиси азота для жидкой фазы в пределах ячейки смешения. Материальный баланс составляем для всего объема ячейки смешения.

Элементарное количество двуокиси азота, которое в единицу времени переходит из газовой в жидкую фазу определяется на основе выражения (3.58). Полное количество массы двуокиси азота, которое получит ячейка смешения в единицу времени, очевидно, равно

$$\begin{aligned} &M_C = \int_0^{\gamma V} K_{\mathrm{YC}} \left(Y - Y^*\right) dV \\ &Y^* = f\left(P, T, X_C\right) \end{aligned} \qquad (3.61)$$

где $К_{ус}$ – коэффициент массопередачи, характеризующий массоперенос из газовой фазы в зону смешения. Составляем материальный баланс для ячейки смешения используя уравнение сохранения массы 3.11

$$\frac{\partial M}{\partial t} = M_{BX}^{K} - M_{BЫX}^{K} + M_C \qquad (3.62)$$

Отдельные слагаемые имеют вид:

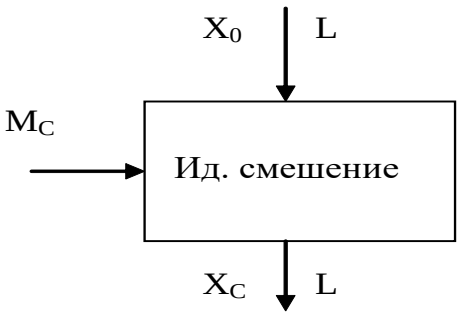

Рис. 3.11 – Схематическое изображение модели идеального смешения

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\gamma V \rho_{LC} X_C) \tag{3.63}$$

$$M^{л}_{вых} = L \cdot X_0 \tag{3.64}$$

$$M^{к}_{вых} = L \cdot X_C \tag{3.65}$$

где ρ_{LC} - плотность жидкой фазы в пределах ячейки смешения, V – объем насадки; X_C – концентрация двуокиси азота в жидкой фазе на входе в колонну.

Принимая, что ρ_{LC} в пределах ячейки смешения изменяются незначительно, получим следующее уравнение материального баланса:

$$\gamma V \rho_{LC} \frac{dX_C}{dt} = L(X_0 - X_C) + \int_0^{\gamma V} K_{YC}\left(Y - Y^*\right) dV \tag{3.66}$$

Аналогично составляем материальный баланс для ячейки вытеснения в жидкой фазе.

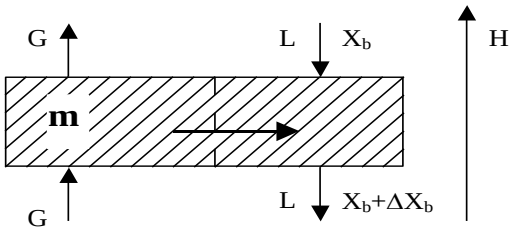

Рис. 3.12 – Схематическое изображение ячейки вытеснения

$$\Delta M = M^{K}_{BX} \cdot \Delta t - M^{K}_{BЫX} \Delta t + m \Delta t \tag{3.67}$$

$$M^{K}_{BX} = L(X_B + \Delta X_B) \tag{3.68}$$

$$M^{K}_{BЫX} = L X_B \tag{3.69}$$

$$m = K_{XB} F \Delta h \left(X^*_B - X_B\right) \tag{3.70}$$

$$X^*_B = \varphi(P, T, Y) \tag{3.71}$$

$$\Delta M = \Delta\left[(1 - \varepsilon - \gamma) F \Delta h \rho_{LB} X_B\right] = (1 - \varepsilon - \gamma) F \Delta h \rho_{LB} \Delta X_B \tag{3.72}$$

где ρ_{LB} - плотность жидкой фазы в пределах ячейки вытеснения, K_{XB} – коэффициент массопередачи, характеризующий массоперенос в пределах ячейки вытеснения.

Подставив уравнения 3.68 – 3.72 в уравнение 3.67 и переходя $\Delta t \to 0, \Delta h \to 0$, получим:

$$(1 - \varepsilon - \gamma) F \rho_{LB} \frac{\partial X_B}{\partial t} = L \frac{\partial X_B}{\partial h} + K_{Xв} F \left(X^*_B - X_B\right) \tag{3.73}$$

Таким образом, математическое описание процесса, представленного на рис. 3.9, имеет вид:

если $0 \le h \le (1-\varepsilon-\gamma)H_n$

$$\begin{aligned} &\varepsilon F \rho_G \frac{\partial Y}{\partial t} = -L\frac{\partial Y}{\partial h} - K_{\mathrm{YB}} F (Y - Y^*) \\ &Y^* = f\left(P, T, X_B\right) \\ &(1-\varepsilon-\gamma)\rho_{LB}\frac{\partial X_B}{\partial t} + K_{XB}\cdot F\left(X_B^* - X_B\right) \end{aligned} \tag{3.74}$$

если $(1-\varepsilon-\gamma)H_n < h \le H_n$

$$\begin{aligned} &\varepsilon F \rho_G \frac{\partial Y}{\partial t} = L\frac{\partial Y}{\partial h} - K_{\mathrm{YC}} F\left(Y - Y^*\right) \\ &Y^* = f(P, T, X_C) \\ &\gamma V \rho_{LC}\frac{\partial X_C}{\partial t} = L\left(X_0 - X_C\right) + \int_0^{\gamma V} K_{YC}\left(Y - Y^*\right) dV \end{aligned} \tag{3.75}$$

Первые три уравнения представляют собой математическое описание процесса абсорбции в пределах ячейки идеального вытеснения, оставшиеся три уравнения соответственно описывают процесс абсорбции в пределах ячейки смешения (рис. 3.9).