**Министерство образования и науки
Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Российский химико-технологический
университет
им. Д.И. Менделеева»

Новомосковский институт (филиал)**

Ребенков Е.С.

Теория и расчет магнитных цепей

Учебное пособие

**Новомосковск
2019**

Учебное издание

Ребенков Евгений Степанович

Теория и расчет магнитных цепей

Учебное пособие
по курсу
«Теоретические основы электротехники»

Редактор Туманова Е.М.
Подписано в печать Формат 60 $\times$ $84^{1/16}$
Бумага «Снегурочка». Отпечатано на ризографе.
Усл. печ. л. 3,3 Уч. изд. л. 3,8
Тираж экз Заказ №

ФГБОУ ВО «Российский химико-технологический университет
им. Д.И. Менделеева»
Новомосковский институт (филиал). Издательский центр.
Адрес университета : 125047, Москва, Миусская пл., 9
Адрес института: 301650, Новомосковск, Тульской обл., ул. Дружбы,8

**Федеральное агентство по образованию
Российской Федерации
Министерство образования и науки
Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Российский химико-технологический университет
им. Д.И. Менделеева»**

Новомосковский институт (филиал)

Ребенков Е.С.

Теория и расчет магнитных цепей

Учебное пособие

**Новомосковск
2019**

УДК 621.316
ББК 31.21
Р 864

Рецензенты:
доктор технических наук, профессор Логачёва В.М.
(НИ (филиал) ФГБОУ ВО РХТУ им.Д.И.Менделеева),
генеральный директор «Промэнергосбыт» профессор
Ставцев В.А.

.

Ребенков Е.С

Р 864 **«Теория и расчет магнитных цепей».** Учебное пособие по курсу «Теоретические основы электротехники». / ФГБОУ ВО «РХТУ им. Д.И. Менделеева», Новомосковский институт (филиал), Новомосковск, 2019. − 78с.

Ил. 32 . Табл. 84. Библиогр.: 5.

УДК 621.316
ББК 31.21

© Е.С.Ребенков

© ФГБОУ ВО «Российский химико-технологический университет им. Д.И.Менделеева»,
Новомосковский институт (филиал), 2019

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3
Раздел1.Магнитные цепи с постоянными намагничивающими силами 4
§1.1. Основные понятия и законы магнитных цепей 4
§1.2. Основные характеристики ферромагнитных материалов 6
§1.3. Расчет неразветвленной магнитной цепи постоянного тока 9
§1.4. Расчет разветвленной магнитной цепи с несколькими намагничивающими силами 19
Раздел 2. Магнитные цепи с переменными намагничивающими силами 23
§2.1. Гистерезис в цепях с переменными намагничивающими силами 23
§2.2.Идеализированная катушка с ферромагнитным сердечником. Трансформаторная э.д.с 25
§2.3. Ток в цепи с ферромагнитным сердечником. Эквива-лентный синусоидальный ток 28
§2.4. Реальная индуктивная катушка в цепи синусоидального тока 32
§2.5. Трансформатор с активно-индуктивной нагрузкой 36
§2.6. Приведенный трансформатор 43
§2.7. Форма кривых токов и напряжения в цепях с нелинейной индуктивностью 45
§2.8. Резонансные явления в нелинейных цепях 48
Расчет нелинейных цепей 52
Библиографический список 77

Введение

Учебное пособие содержит основные теоретические положения раздела «Нелинейные электромагнитные цепи» курса «Теоретические основы электротехники» и контрольные задачи для самостоятельного решения, используемые при выполнении расчетных заданий и контрольных работ студентами дневного и заочного отделений, обучающихся по учебному плану подготовки бакалавров направления 13.03.02 «Энергетика и электротехника» по профилю подготовки «Электроснабжение». Приведены примеры расчета типовых задач по данному разделу.

Исходные данные расчетно-графических заданий содержат 100 вариантов для каждой задачи. Номер варианта студентам задается преподавателем или по двум последним цифрам шифра. Оформление выполненных заданий производится либо в отдельной тетради, либо на сброшюрованных листах формата А4. Обязательным требованием графической части задания является выполнение схем электронных устройств и элементов цепи в соответствии с требованиями действующих стандартов. Титульный лист оформляется в соответствии с установленным образцом, где указывается название расчетно-графического задания, фамилия студента и его учебная группа, фамилия преподавателя, дата выполнения задания и подпись студента.

Раздел 1. Магнитные цепи с постоянными намагничивающими силами.

§1.1. Основные понятия и законы магнитных цепей.

Магнитной цепью называется совокупность элементов, возбуждающих магнитное поле (катушка с током) и магнитопровода, состоящего из ряда сред или тел, по которым замыкается основная часть магнитных линий поля.

Магнитная цепь характеризуется следующими величинами. Число витков W, l [м] - длина средней линии, S [м^2] - площадь сечения магнитопровода, ток катушки I [А], $\mu_0=4\pi10^{-7}$[Гн/м]-магнитная постоянная, μ — относительная магнитная проницаемость материала магнитопровода, абсолютная магнитная проницаемость:

$$\mu_a=\mu\mu_0$$

Все тела, из которых состоят магнитопроводы делятся на диамагнитные $\mu\approx1$ (висмут μ=0,99983), парамагнитные $\mu\approx1$ (платина μ=1,00036), ферромагнитные $\mu>>1$ (железо, никель, ферриты). Обычно их разделяют на ферромагнитные и неферромагнитные вещества.

При расчете магнитных цепей основываются на следующих законах и принципах:

1. Закон полного тока:

$$\oint_l \bar{H}d\bar{l} = \sum I \ . \qquad (1.1)$$

Закон полного тока заключается в том, что линейные интеграл (циркуляция) вектора напряженности H вдоль произвольного замкнутого контура длиной l равен алгебраической сумме токов, пронизывающих этот контур.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электромагнитное поле.-9-е изд.-М: Гардарики,2001.
2. Демирчан К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3т.-4-е изд.-СПБ.:Питер,2003.
3. Миронов В.Г., Бутырин П.А. Теория электрических цепей.-М.: Наука, 2005.
4. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теорий цепей.-М.: Энергоатомиздат, 1989.
5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники/ Л.А. Бессонов, И.Г.Демидова, М.Е. Заруди, С.Э.Расовская, С.А. Миленина, В.П. Каменская,-М.: Высш. шк., 2003.

Для вариантов № 15, № 35, № 56, №93.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,04 в левой ветви	25	3,6	22	2,2	26	3,8

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
43	2	0	0	0	0	182	1	61	2	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	40	100	200	400	600	800	1000	1200
$B_1, Тл$	0,53	1,1	1,45	1,67	1,8	1,9	1,95	2,0
$H_2, \frac{A}{м}$	46	114	230	450	680	900	1140	1360
$B_2, Тл$	0,23	0,82	1,5	2,0	2,2	2,21	2,23	2,25
$H_3, \frac{A}{м}$	40	96	190	390	580	770	960	1150
$B_3, Тл$	0,24	0,59	1,05	1,29	1,42	1,5	1,55	1,58

Линейный интеграл напряженности характеризует намагничивающее действие электрического тока и определяется намагничивающей силой (НС) или магнитодвижущей силой (МДС) вдоль данного замкнутого контура. В уравнении закона полного тока направление тока и направление обхода контура связаны друг с другом правовинтовой системой.

2. Принцип непрерывности магнитного потока:

$$\oint_S \bar{B}\overline{dS} = 0. \qquad (1.2)$$

Принцип непрерывности заключается в том, что магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность равен нулю. Линии вектора магнитной индукции *B* или магнитного потока всегда замкнуты.

В этих выражениях *H* — напряженность магнитного поля [А/м](1 Эрстед=80А/м), *B*— магнитная индукция поля [Т] (Тесла) (1Т=10^4 Гс (Гаусс)), уравнение связывающее эти параметры имеет вид:

$$B=\mu_0\mu H.$$

Магнитным потоком называется поток вектора индукции *B* через некоторую поверхность *S* :

$$\bar{\Phi} = \int \bar{B}\,\overline{dS}, \qquad (1.3)$$

размерность магнитного потока 1[Вб]=10^8[Мкс] (Максвелл).

Если для магнитной цепи выполняются условия :

1) угол между $\bar{H}$ и $\overline{dl}$ равен нулю;

2) значение $\bar{H}$ по сечению магнитопровода постоянно;

3) через каждый виток катушки проходит одинаковый ток;

то закон полного тока можно записать в виде алгебраического уравнения:

$$Hl = WI \text{ или } H = \frac{WI}{l}. \qquad (1.4)$$

§1.2. Основные характеристики ферромагнитных материалов.

Основной характеристикой ферромагнитного материала является зависимость $B = \int(H)$– петля гистерезиса (рис.1.1), где B_m, H_m – максимальные значения магнитной индукции и напряженности магнитного поля, B_r – остаточная индукция, H_c — коэрцитивная сила.

Рис. 1.1

По форме петли все ферромагниты делятся на магнитомягкие материалы (электротехнические стали) (рис.1.2) и магнитотвердые материалы (углеродистые стали), из них изготавливают постоянные магниты (рис.1.3).

Для вариантов № 16, № 28, № 57, №94.

Таблица 2а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,11 в средней ветви	13	3,3	10	3,1	17	3,7

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
20	4	0	0	121	2	0	0	0	0	22	3

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	77	190	380	770	1150	1540	1900	2300
$B_1, Тл$	0,15	0,55	1,0	1,3	1,42	1,46	1,48	1,5
$H_2, \frac{A}{м}$	100	250	500	1000	1500	2000	2500	3000
$B_2, Тл$	0,29	0,72	1,3	1,58	1,74	1,84	1,9	1,94
$H_3, \frac{A}{м}$	59	147	290	590	880	1180	1470	1760
$B_3, Тл$	0,52	1,05	1,41	1,62	1,76	1,84	1,9	1,95

Для вариантов № 00, № 26, № 47, №70.

Таблица 3а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,18 в средней ветви	14	2,9	11	3,9	16	3,3

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
93	2	0	0	0	0	18	4	30	3	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	70	180	360	710	1070	1430	1800	2140
$B_1, Тл$	0,17	0,62	1,14	1,48	1,62	1,66	1,69	1,71
$H_2, \frac{A}{м}$	90	230	460	900	1360	1800	2300	2700
$B_2, Тл$	0,23	0,57	1,03	1,26	1,4	1,46	1,5	1,54
$H_3, \frac{A}{м}$	63	160	300	630	940	1250	1550	1900
$B_3, Тл$	0,58	1,2	1,58	1,8	1,97	2,06	2,12	2,2

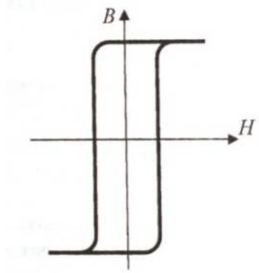

Рис.1.2

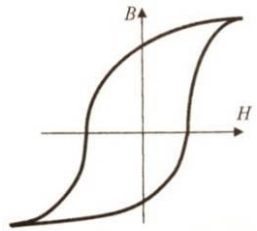

Рис. 1.3

При узкой петле гистерезиса ее площадью можно пренебречь и зависимость $B = f(H)$ получает вид основной кривой намагничивания, которая для каждого материала сердечника приводится в справочниках.

В уравнении $B=\mu\mu_0 H$ для ферромагнитных материалов $\mu_{max}=10^5 \div 10^6$, а из-за нелинейности зависимости *B(H)* μ не постоянна (рис.1.4).

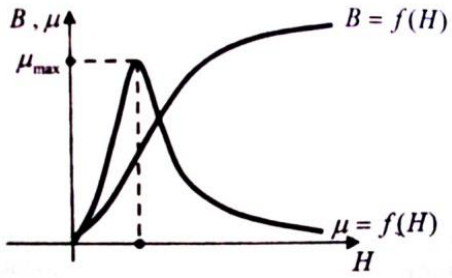

Рис. 1.4

Для магнитной цепи алгебраическая сумма магнитных потоков, сходящихся в узле магнитной цепи, равна нулю:

$$\sum \Phi = 0.$$

Если провести аналогию магнитного потока с током в электрической цепи, то полученное выражение можно назвать первым законом Кирхгофа для магнитной цепи.

Линейный интеграл напряженности вдоль участка *ab* магнитопровода можно назвать магнитным напряжением на этом участке:

$$\int_{ab} \bar{H}\bar{dl} = U_{M_{ab}}. \qquad (1.5)$$

Произведение тока в обмотке на число ее витков определяет намагничивающую силу (НС) обмотки, которая называется магнитодвижущей силой (МДС):

$$F=IW$$

Размерность магнитного напряжения и намагничивающей силы − амперы.

Из закона полного тока следует магнитный аналог второго закона Кирхгофа: алгебраическая сумма НС обмоток в замкнутом контуре магнитной цепи равна алгебраической сумме магнитных напряжений на отдельных участках контура:

$$\sum IW = \sum Hl \text{ или } \sum F = \sum U_M \qquad (1.6)$$

При этом НС *F* является аналогом э.д.с. *E* в электрической цепи, магнитное напряжение U_M является аналогом напряжения *U* в электрической цепи. По аналогии может быть введено понятие магнитного сопротивления:

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{Hl}{BS} = \frac{Hl}{\mu\mu_0 HS} = \frac{l}{\mu\mu_0 S}. \qquad (1.7)$$

Аналоги параметров электрических и магнитных цепей с их размерностями сведены в таблицу 1.1.

$H_3, \frac{A}{м}$	42	105	210	420	630	830	1050	1250
$B_3, Тл$	0,6	1,22	1,63	1,9	2,0	2,13	2,2	2,26

Для вариантов № 24, № 36, № 62, №72.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,08 в левой ветви	26	2,6	19	3,9	25	3,1

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	6	4	44	3	0	0	0	0	36	2

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	40	96	190	390	580	770	960	1150
$B_1, Тл$	0,73	1,5	2,0	2,3	2,5	2,6	2,7	2,78
$H_2, \frac{A}{м}$	53	130	260	520	790	1050	1300	1580
$B_2, Тл$	0,23	0,57	1,03	1,26	1,4	1,46	1,5	1,54
$H_3, \frac{A}{м}$	40	100	200	400	600	800	1000	1200
$B_3, Тл$	0,29	0,72	1,3	1,58	1,74	1,84	1,9	1,94

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	50	125	250	500	750	1000	1250	1500
$B_1, Тл$	0,217	0,783	1,44	1,87	2,04	2,09	2,13	2,15
$H_2, \frac{A}{м}$	100	250	500	1000	1500	2000	2500	3000
$B_2, Тл$	0,45	1,12	2,0	2,45	2,7	2,85	2,95	3,0
$H_3, \frac{A}{м}$	40	100	200	400	600	800	1000	1200
$B_3, Тл$	1,06	2,17	2,89	3,33	3,61	3,78	3,89	4,02

Для вариантов № 20, № 31, № 49, №68.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,12 в правой ветви	22	2,7	11	3,4	24	3,2

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
17	4	0	0	50	3	0	0	0	0	25	5

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	46	110	230	460	680	900	1140	1360
$B_1, Тл$	0,19	0,67	1,22	1,6	1,74	1,78	1,8	1,83
$H_2, \frac{A}{м}$	90	230	460	900	1360	1800	2300	2700
$B_2, Тл$	0,265	0,66	1,18	1,44	1,59	1,68	1,74	1,77

Таблица 1.1

Электрическая цепь	Магнитная цепь
E, В	*F*, А
U, В	$U_м$, А
I, А	*Ф*, Вб
R, Ом	$R_м$, $1/Гн$

§1.3. Расчет неразветвленной магнитной цепи постоянного тока.

Так как зависимость *B(H)* для ферромагнитных материалов нелинейна, то и зависимости Ф (U_M) отдельных участков магнитной цепи будут также нелинейны. Поэтому расчет магнитных цепей графическим методом проводится по следующему алгоритму:

1. Для каждого участка магнитной цепи характеризуемого зависимостью *B(H)* приводимой в справочной литературе, определяется зависимость *Ф*(U_M) по уравнениям:

$$\Phi = BS \quad и \quad U_M = Hl, \qquad (1.8)$$

где *S* и l сечение и длина соответствующего участка.

2.Составляется нелинейная электрическая цепь, являющаяся аналогом данной магнитной цепи, в которой аналогом ЭДС является МДС ***F=IW*** , а аналогом нелинейных сопротивлений являются магнитные сопротивления каждого участка магнитной цепи:

$$R_M = \frac{l}{\mu\mu_0 S}. \qquad (1.9)$$

3. Применяется метод графического расчета неразветвленной электрической цепи: строятся графики $\Phi(U_M)$ для каждого участка магнитной цепи. Так как магнитный поток в неразветвленной
магнитной цепи во всех участках одинаков, графически находится зависимость $F(\Phi)$, по которой если задан магнитный поток Φ можно определить намагничивающую силу F (прямая задача) или по заданной F можно найти Φ (обратная задача).

Пример 1. Определение МДС неразветвленной магнитной цепи по заданному значению магнитной индукции (прямая задача).

В линейной цепи на рис. 1.5, по заданному значению магнитной индукции в воздушном зазоре $B_0 = 1{,}3$ *Тл* определить магнитный поток и магнитодвижущую силу обмотки. Размеры в [мм] для магнитопровода приведены также на рис. 1.5. Наименование ферромагнитных материалов, из которых изготовлен магнитопровод − верхняя часть магнитопровода длиной l_1 − электротехническая сталь Э42, нижняя часть длиной l_2 − литая сталь, кривые намагничивания $B(H)$ для них показаны на рис.1.6.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	48	120	240	480	710	950	1200	1400
$B_1, Тл$	0,24	0,86	1,57	2,05	2,24	2,3	2,33	2,36
$H_2, \frac{A}{м}$	67	170	330	670	1000	1300	1700	2000
$B_2, Тл$	0,33	0,83	1,5	1,8	2,0	2,1	2,2	2,23
$H_3, \frac{A}{м}$	44	110	220	440	650	870	1100	1300
$B_3, Тл$	0,265	0,66	1,18	1,44	1,59	1,68	1,74	1,77

Для вариантов № 19, № 30, № 65, №97.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,09 в левой ветви	20	2,3	10	2,0	25	1,8

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
200	1	0	0	0	0	63	2	36	3	0	0

Кривые намагничивания $H=f(B)$ ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	63	156	313	625	938	1250	1563	1875
$B_1, Тл$	0,143	0,51	0,94	1,23	1,34	1,37	1,4	1,41
$H_2, \frac{A}{м}$	83	208	417	833	1250	1660	2080	2500
$B_2, Тл$	0,24	0,59	1,05	1,29	1,42	1,5	1,55	1,58
$H_3, \frac{A}{м}$	56	140	280	555	830	1100	1390	1670
$B_3, Тл$	0,17	0,62	1,14	1,48	1,62	1,66	1,69	1,71

Для вариантов № 18, № 63, № 78, №96.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,18 в средней ветви	21	2,1	15	2,7	23	3,4

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
44	4	0	0	0	0	50	3	53	2	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

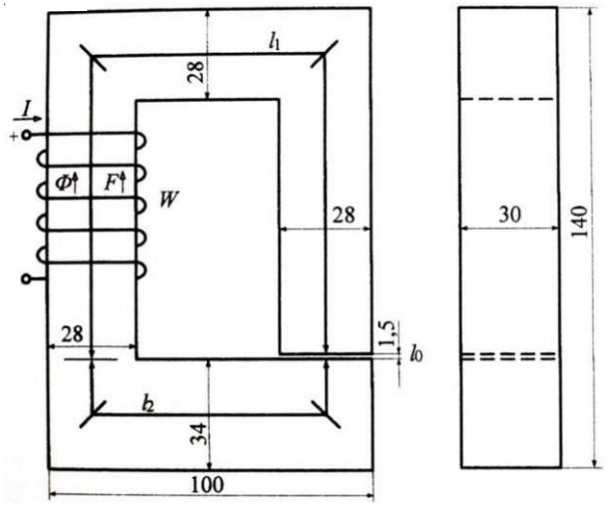

Рис.1.5

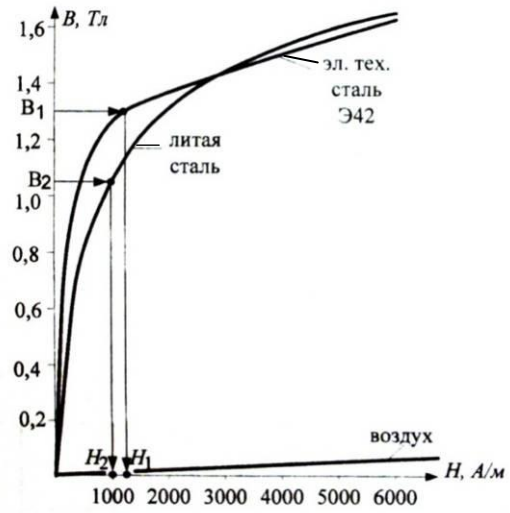

Рис. 1.6

Решение:

По эскизу магнитопровода определяем длину средней линии верхней части :

$$l_1 = \left(140 - \frac{28}{2} - 34\right) + (100 - 28) + \left(140 - 34 - \frac{28}{2}\right) = 256\text{мм}$$

и нижней части:

$l_2 = 100 - 28 + 34 = 106$мм .

Площадь сечения верхней части магнитопровода:

$S_1 = 28 \cdot 30 = 840$мм^2,

нижней части: $S_2 = 34 \cdot 30 = 1020$ мм^2

и воздушного зазора: $S_3 = 30 \cdot 28 = 840$ мм^2.

Направление магнитного потока Φ примем совпадающим с НС F , направление которой определим по правилу правоходового винта в зависимости от направления тока в обмотке. Так как магнитная цепь неразветвленная, то магнитный поток на всех участках цепи одинаков.

Магнитный поток в магнитопроводе:

$\Phi = B_0 S_0 = 1{,}3 \cdot 840 \cdot 10^{-6} = 1{,}09 \cdot 10^{-3}$ *Вб.*

Магнитная индукция на участках магнитопровода:

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{1.09 \cdot 10^{-3}}{840 \cdot 10^{-6}} = 1{,}3 \text{ Тл}$$

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{1.09 \cdot 10^{-3}}{1020 \cdot 10^{-6}} = 1{,}07 \text{ Тл}$$

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре:

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0 \mu} = \frac{1{,}3}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1} = 104 \cdot 10^4 \frac{A}{\text{м}}$$

По кривым намагничивания определяем напряженности соответственно по B_1и B_2:

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	48	120	240	480	710	950	1200	1400
$B_1, Тл$	0,24	0,86	1,57	2,05	2,24	2,3	2,33	2,36
$H_2, \frac{A}{м}$	67	170	330	670	1000	1300	1700	2000
$B_2, Тл$	0,33	0,83	1,5	1,8	2,0	2,1	2,2	2,23
$H_3, \frac{A}{м}$	44	110	220	440	650	870	1100	1300
$B_3, Тл$	0,265	0,66	1,18	1,44	1,59	1,68	1,74	1,77

Для вариантов № 17, № 41, № 59, №95.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,12 в средней ветви	16	3,5	12	3,8	18	2,9

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
50	3	0	0	63	2	0	0	0	0	25	4

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	50	5	38	3	0	0	0	0	17	8

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	67	170	330	670	1000	1300	1700	2000
$B_1, Тл$	0,208	0,75	1,38	1,79	1,96	2,0	2,04	2,06
$H_2, \frac{A}{м}$	110	280	560	1100	1670	2200	2800	3300
$B_2, Тл$	0,29	0,72	1,3	1,58	1,74	1,84	1,9	1,94
$H_3, \frac{A}{м}$	63	160	300	630	940	1250	1550	1900
$B_3, Тл$	0,73	1,5	2,0	2,3	2,5	2,6	2,7	2,78

Для вариантов № 14, № 54, № 92, №99.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,2 в левой ветви	21	2,1	15	2,7	23	3,4

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	133	2	0	0	20	5	44	3	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

$$H_1 = 1250\ \frac{А}{м}; \qquad H_2 = 1000\frac{А}{м}.$$

МДС обмотки определим по второму закону Кирхгофа для контура электрического аналога (рис. 1.7):

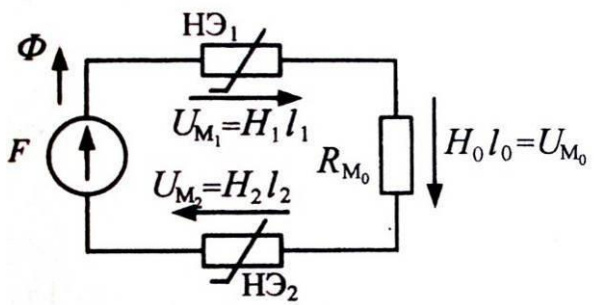

Рис.1.7

$$F = IW = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_0 l_0 = 1250 \cdot 256 \cdot 10^{-3} + 1000 \cdot 106 \cdot 10^{-3} + 104 \cdot 10^4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 320 + 106 + 1560 = 1990\ A$$

.

Пример 2. Определение магнитного потока в неразветвленной магнитной цепи по заданному значению МДС (обратная задача).

По заданной магнитодвижущей силе $F = WI = 1670\ A$ определить магнитный поток в цепи, эскиз и габариты которой заданы в примере 1.

Решение:

Такую задачу можно решить итерационным методом.

Задаемся несколькими значениями магнитного потока и , решая несколько раз прямую задачу, находим соответствующие этим потокам МДС обмотки.

Наибольший магнитный поток, которым следует задаваться определяем считая, что $H_1 = H_2 = 0$, а заданная МДС

расходуется лишь для создания магнитного потока в воздушном зазоре.

Тогда первое значение напряженности в зазоре:

$$H_0^{(1)} = \frac{F}{l_0} = \frac{1670}{1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 111 \cdot 10^4 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Первое значение магнитной индукции в зазоре :

$$B_0^{(1)} = H_0^{(1)} \mu_0 = 111 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} = 1{,}39 \text{ Тл.}$$

Первое значение магнитного потока:

$$\Phi = B_0^{(1)} \cdot S_0 = 1{,}39 \cdot 840 \cdot 10^{-6} = 1{,}17 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Первое значение магнитных индукций на участках :

$$B_1^{(1)} = \frac{\Phi^{(1)}}{S_1} = \frac{1{,}17 \cdot 10^{-3}}{840 \cdot 10^{-6}} = 1{,}39 \text{ Тл,}$$

$$B_2^{(1)} = \frac{\Phi^{(1)}}{S_2} = \frac{1{,}17 \cdot 10^{-3}}{1020 \cdot 10^{-6}} = 1{,}15 \text{ Тл.}$$

Первое значение напряженностей на участках определим на кривых намагничивания $B_1^{(1)}$ и $B_2^{(1)}$:

$$H_1^{(1)} = 2200 \frac{\text{А}}{\text{м}}, \qquad H_2^{(1)} = 800 \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

Первое значение МДС обмотки:

$$F^{(1)} = H_1^{(1)} l_1 + H_2^{(1)} l_2 + H_0^{(1)} l_0 = 2200 \cdot 256 \cdot 10^{-3} + 800 \cdot 106 \cdot 10^{-3} + 111 \cdot 10^4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 563 + 84{,}8 + 1665 = 2313 \text{ А}$$

.

Так как это значение больше, чем заданное *F*, то задаем второе значение магнитного потока, меньшее, чем первое:

$$\Phi^{(2)} = 0{,}7 \cdot 10^{-3} \text{Вб.}$$

Вторые значения магнитных индукций на участках:

Для вариантов № 10, № 48, № 76, №88.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,085 в левой ветви	18	2,4	21	3,5	24	3,3

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	22	2	40	3	0	0	0	0	20	5

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	56	140	280	555	830	1100	1390	1670
$B_1, Тл$	0,208	0,75	1,38	1,79	1,96	2,0	2,04	2,06
$H_2, \frac{A}{м}$	48	120	240	480	710	950	1200	1400
$B_2, Тл$	0,143	0,51	0,94	1,23	1,34	1,37	1,4	1,41
$H_3, \frac{A}{м}$	42	105	210	420	630	830	1050	1250
$B_3, Тл$	0,15	0,55	1,0	1,3	1,42	1,46	1,48	1,5

Для вариантов № 13, № 53, № 64, №91.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,13 в левой ветви	15	2,4	9	3,1	16	2,6

$B_2, Тл$	0,33	0,83	1,5	1,8	2,0	2,1	2,2	2,22
$H_3, \frac{A}{м}$	56	140	280	550	830	1100	1400	1670
$B_3, Тл$	0,53	1,1	1,45	1,67	1,8	1,9	1,95	2,0

Для вариантов № 09, № 46, № 75, №87.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,16 в средней ветви	23	1,9	14	2,5	26	2,8

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
44	5	0	0	0	0	25	4	30	3	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	44	110	220	440	650	870	1100	1300
$B_1, Тл$	0,26	0,95	1,74	2,26	2,47	2,5	2,58	2,61
$H_2, \frac{A}{м}$	70	180	360	710	1070	1430	1800	2140
$B_2, Тл$	0,36	0,9	1,6	1,96	2,16	2,28	2,36	2,4
$H_3, \frac{A}{м}$	40	96	190	390	580	770	960	1150
$B_3, Тл$	0,68	1,4	1,86	2,14	2,32	2,43	2,5	2,58

$$B_1^{(2)} = \frac{\Phi^{(2)}}{S_1} = \frac{0{,}7 \cdot 10^{-3}}{840 \cdot 10^{-6}} = 0{,}833 \text{ Тл},$$

$$B_2^{(2)} = \frac{\Phi^{(2)}}{S_2} = \frac{0{,}7 \cdot 10^{-3}}{1020 \cdot 10^{-6}} = 0{,}686 \text{ Тл},$$

$$B_0^{(2)} = \frac{\Phi^{(2)}}{S_0} = \frac{0{,}7 \cdot 10^{-3}}{840 \cdot 10^{-6}} = 0{,}833 \text{ Тл}.$$

Вторые значения напряженностей на участках:

$$\text{для воздуха}: H_0^{(2)} = \frac{B_0^{(2)}}{\mu} = \frac{0{,}833}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 66 \cdot 10^4 \frac{\text{А}}{\text{м}},$$

для стали по кривым намагничивания :

$$H_1^{(2)} = 200 \frac{\text{А}}{\text{м}}, \qquad H_2^{(2)} = 300 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Второе значение МДС обмотки:

$$F^{(2)} = H_1^{(2)} l_1 + H_2^{(2)} l_2 + H_0^{(2)} l_0 = 200 \cdot 256 \cdot 10^{-3} + 300 \cdot 106 \cdot 10^{-3} + 66 \cdot 10^4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 51{,}2 + 31{,}8 + 990 = 1073 \text{ А}$$

.

Так как это значение меньше, чем заданное *F*=1670 А, то задаем третье значение магнитного потока, большее, чем второе:

$$\Phi^3 = 0{,}95 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}.$$

Третьи значения магнитных индукций на участках:

$$B_1^{(3)} = \frac{\Phi^{(3)}}{S_1} = \frac{0{,}95 \cdot 10^{-3}}{840 \cdot 10^{-6}} = 1{,}13 \text{ Тл},$$

$$B_2^{(3)} = \frac{\Phi^{(3)}}{S_2} = \frac{0{,}95 \cdot 10^{-3}}{1020 \cdot 10^{-6}} = 0{,}93 \text{ Тл},$$

$$B_0^{(3)} = \frac{\Phi^{(3)}}{S_0} = \frac{0{,}95 \cdot 10^{-3}}{840 \cdot 10^{-6}} = 1{,}13 \text{ Тл}.$$

Третьи значения напряженностей на участках:

$$H_0^{(3)} = \frac{B_0^{(3)}}{\mu_0} = \frac{1{,}13}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 90 \cdot 10^4 \frac{\text{А}}{\text{м}},$$

по кривым намагничивания:

$$H_1^{(3)} = 500 \frac{\text{А}}{\text{м}}, \qquad H_2^{(3)} = 700 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Третье значение МДС обмотки:

$$F^{(3)} = H_1^{(3)} l_1 + H_2^{(3)} l_2 + H_0^{(3)} l_0 = 500 \cdot 256 \cdot 10^{-3} + 700 \cdot 106 \cdot 10^{-3} + 90 \cdot 10^4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 128 + 74{,}2 + 1350 = 1552 \text{ А}.$$

Составим таблицу 1.2. результатов (с учетом результатов в примере 1 при $\Phi^{(0)} = 1{,}09 \cdot 10^{-3}$ Вб, $F^{(0)} = 1990$ А).

Таблица1.2

Φ,Вб	$0{,}7 \cdot 10^{-3}$	$0{,}95 \cdot 10^{-3}$	$1{,}09 \cdot 10^{-3}$	$1{,}17 \cdot 10^{-3}$
F,А	1073	1552	1990	2313
Номер расчета	(второй расчет)	(третий расчет)	(по примеру 1)	(первый расчет)

По таблице 1.2 построим фрагмент магнитной характеристики, по которой определим значение магнитного потока по заданной намагничивающей силе F=WI=1670 А (рис.1.8).

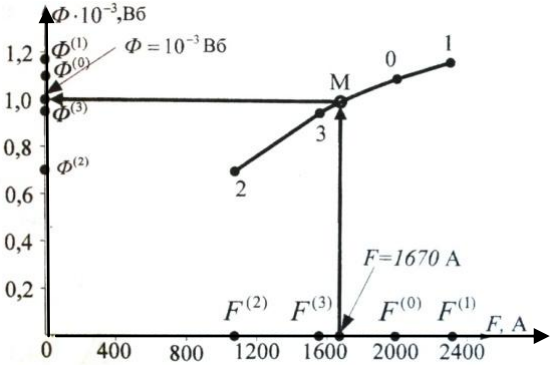

Рис.1.8

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	40	96	190	390	580	770	960	1150
$B_1, Тл$	0,73	1,5	2,0	2,3	2,5	2,6	2,7	2,78
$H_2, \frac{A}{м}$	53	130	260	520	790	1050	1300	1580
$B_2, Тл$	0,23	0,57	1,03	1,26	1,4	1,46	1,5	1,54
$H_3, \frac{A}{м}$	40	100	200	400	600	800	1000	1200
$B_3, Тл$	0,29	0,72	1,3	1,58	1,74	1,84	1,9	1,94

Для вариантов № 08, № 45, № 61, №86.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,13 в правой ветви	17	2,2	10	2,7	18	3,6

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
44	4	0	0	0	0	77	2	71	2	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	59	150	290	590	880	1180	1470	1760
$B_1, Тл$	0,23	0,82	1,5	2,0	2,2	2,21	2,23	2,25
$H_2, \frac{A}{м}$	100	250	500	1000	1500	2000	2500	3000

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	59	2	35	3	0	0	0	0	21	4

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	46	110	230	460	680	900	1140	1360
$B_1, Тл$	0,19	0,67	1,22	1,6	1,74	1,78	1,8	1,83
$H_2, \frac{A}{м}$	90	230	460	900	1360	1800	2300	2700
$B_2, Тл$	0,265	0,66	1,18	1,44	1,59	1,68	1,74	1,77
$H_3, \frac{A}{м}$	42	105	210	420	630	830	1050	1250
$B_3, Тл$	0,6	1,22	1,63	1,9	2,0	2,13	2,2	2,26

Для вариантов № 07, № 69, №85.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,1 в средней ветви	26	2,6	19	3,9	25	3,1

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
70	2	0	0	40	5	0	0	0	0	21	4

По графику определяем при *F*=1670 А магнитный поток $\Phi = 10^{-3}$ Вб — соответствует т. М на магнитной характеристике $\Phi = f(F)$.

Другой подход к решению этой задачи заключается в графическом построении вебер-амперных характеристик для элементов электрического аналога магнитной цепи.

Применяя законы Кирхгофа для магнитной цепи строятся эквивалентная вебер–амперная характеристика (ВАХ) пассивной части нелинейной цепи и вебер-амперная характеристика источника намагничивающей силы. Точка их пересечения определит значение магнитного потока в магнитопроводе.

Электрический аналог данной магнитной цепи показан на рис.7.

Для этой цепи построим графически ВАХ нелинейных элементов − верхней части магнитопровода $НЭ_1$− зависимость $\Phi = f(U_{M_1})$, нижней части магнитопровода $НЭ_2$ − зависимость $\Phi = f(U_{M_2})$ и линейного элемента (воздушного зазора) R_{M_0}− зависимость $\Phi = f(U_{M_n})$.

Используя закон непрерывности магнитного потока $\Phi = BS$ и закон полного тока $U_M = Hl$, а также кривые намагничивания $B = f(H)$ для ряда точек на кривой построим ВАХ $НЭ_1$ и ВАХ $НЭ_2$. ВАХ R_{M_0} линейна и проходит через начало координат, поэтому ее можно построить по одной точке, например при произвольном значении $B_0 = 1{,}3$ Тл магнитный поток:

$$\Phi = B_0 S_0 = 1{,}3 \cdot 840 \cdot 10^{-6} = 1{,}09 \cdot 10^{-3}\ Вб,$$

напряженность в воздушном зазоре:

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1{,}3}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 104 \cdot 10^4 \ \frac{\text{А}}{\text{м}},$$

тогда магнитное напряжение в воздушном зазоре:

$$U_{M_0} = H_0 l_0 = 104 \cdot 10^4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 1560 \text{ А}.$$

Значения магнитных потоков и магнитных напряжений на НЭ_1 и НЭ_2 сведены в таблицу 1.3.

Таблица1.3

H, А/м	B_1, Тл	$U_{M_1} = Hl_1$ А	$\Phi = B_1 S_1$, Вб $\times 10^{-3}$	B_2, Тл	$U_{M_2} = Hl_2$, А	$\Phi = B_2 S_2$, Вб $\times 10^{-3}$
50	0,28	12,8	0,235	0,12	5,3	0,122
150	0,61	38,4	0,512	0,33	15,9	0,337
300	0,85	76,8	0,714	0,6	31,8	0,612
600	1,12	153,6	0,941	0,9	63,6	0,918
2000	1,38	512	1,16	1,33	212	1,36
4000	1,49	1024	1,25	1,53	424	1,56
6000	1,6	1536	1,34	1,61	636	1,64

По данным таблицы 1.3 строим ВАХ НЭ_1 $\Phi = f(U_{M_1})$ и ВАХ НЭ_2 $\Phi = f(U_{M_2})$ (рис. 1.9). ВАХ R_{M_0} строим в виде прямой проходящей через начало координат и т.*К* с координатами $[\Phi = 1{,}09 \cdot 10^{-3} \text{ Вб},\ U_{M_0} = 1560 \text{ А}]$.

Эквивалентную ВАХ трех последовательно соединенных элементов НЭ_1, R_{M_0}, и НЭ_2 $\Phi = f(U_M)$ определяем складывая их ВАХ по напряжению в соответствии с вторым законом Кирхгофа для магнитной цепи:

$$U_M = U_{M_1} + U_{M_0} + U_{M_2}.$$

Для вариантов № 03, № 33, № 50, №81.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,12 в левой ветви	23	1,9	14	2,5	26	2,8

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	23	6	0	0	20	4	42	3	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	44	110	220	440	650	870	1100	1300
$B_1, Тл$	0,26	0,95	1,74	2,26	2,47	2,5	2,58	2,61
$H_2, \frac{A}{м}$	70	180	360	710	1070	1430	1800	2140
$B_2, Тл$	0,36	0,9	1,6	1,96	2,16	2,28	2,36	2,4
$H_3, \frac{A}{м}$	40	96	190	390	580	770	960	1150
$B_3, Тл$	0,68	1,4	1,86	2,14	2,32	2,43	2,5	2,58

Для вариантов № 04, № 34, № 67, №82.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,1 в левой ветви	22	2,7	11	3,4	24	3,2

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	53	130	260	520	790	1050	1300	1580
$B_1, Тл$	0,26	0,95	1,74	2,26	2,47	2,53	2,58	2,6
$H_2, \frac{A}{м}$	83	210	420	830	1250	1670	2100	2500
$B_2, Тл$	0,36	0,9	1,6	1,96	2,16	2,28	2,36	2,4
$H_3, \frac{A}{м}$	46	114	230	450	680	900	1140	1360
$B_3, Тл$	0,68	1,4	1,86	2,14	2,32	2,43	2,5	2,58

Для вариантов № 02, № 32, №79.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,11 в правой ветви	25	3,6	22	2,2	26	3,8

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	54	3	0	0	75	2	22	4	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	40	100	200	400	600	800	1000	1200
$B_1, Тл$	0,53	1,1	1,45	1,67	1,8	1,9	1,95	2,0
$H_2, \frac{A}{м}$	46	114	230	450	680	900	1140	1360
$B_2, Тл$	0,23	0,82	1,5	2,0	2,2	2,21	2,23	2,25
$H_3, \frac{A}{м}$	40	96	190	390	580	770	960	1150
$B_3, Тл$	0,24	0,59	1,05	1,29	1,42	1,5	1,55	1,58

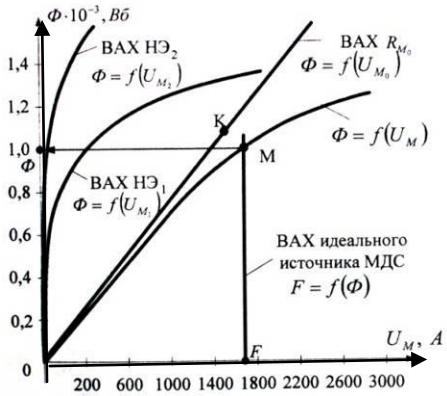

Рис.1.9

Точка М пересечения ВАХ $\Phi = f(U_M)$ и ВАХ идеального источника МДС $F = f(\Phi)$ дает значение магнитного потока в магнитной цепи $\Phi = 10^{-3}$ Вб.

§1.4. Расчет разветвленной магнитной цепи с несколькими намагничивающими силами

Для разветвленной магнитной цепи с несколькими обмотками и токами в них (рис. 1.10) заданы геометрические параметры участков магнитопровода (площади сечений *S* и длины средних линий), тип магнитопровода (зависимость $B = f(H)$ в виде таблицы или графика), намагничивающие силы обмотки (числа витков *W* обмоток и токи *I* в них). Тогда для каждого однородного участка магнитопровода можно построить графически нелинейные зависимости $\Phi = f(U_M)$. Для этого вначале составляется нелинейная электрическая цепь (рис.1.11),

являющаяся аналогом данной магнитной цепи. Для каждого нелинейного сопротивления строятся зависимости $\Phi = f(U_M)$ (рис.1.12) учитывая, что для каждой точки кривой $H = f(B)$ определяется $\Phi = BS$ и $U_M = Hl$. Определяются все намагничивающие силы $F = IW$. Применяя законы Кирхгофа для магнитных цепей ($\sum \Phi = 0$ и $\sum WI = \sum Hl$) графическим методом определяются магнитные потоки на всех участках цепи (рис.1.13, рис.1.14).

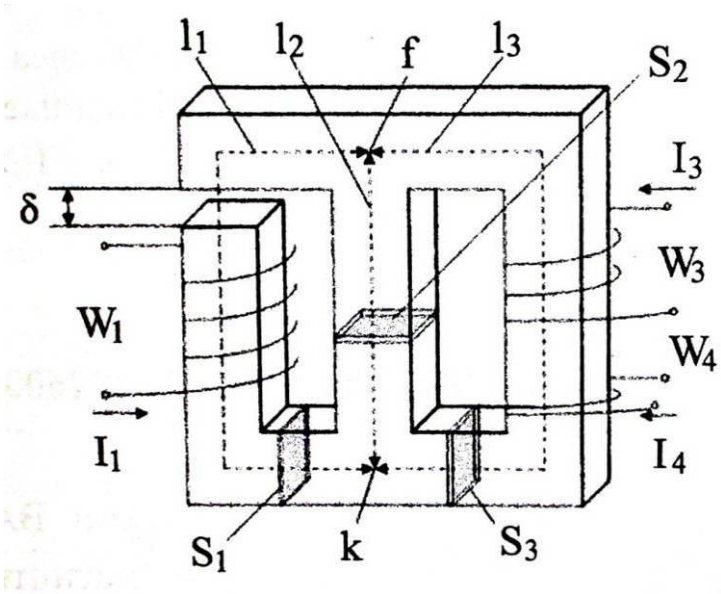

Рис. 1.10

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	50	125	250	500	750	1000	1250	1500
$B_1, Тл$	0,217	0,783	1,44	1,87	2,04	2,09	2,13	2,15
$H_2, \frac{A}{м}$	100	250	500	1000	1500	2000	2500	3000
$B_2, Тл$	0,45	1,12	2,0	2,45	2,7	2,85	2,95	3,0
$H_3, \frac{A}{м}$	40	100	200	400	600	800	1000	1200
$B_3, Тл$	1,06	2,17	2,89	3,33	3,61	3,78	3,89	4,02

Для вариантов № 01, № 27, № 40, №80.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,21 в средней ветви	19	1,9	12	2,5	22	2,8

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
26	5	0	0	0	0	42	2	25	3	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	44	110	220	440	650	870	1100	1300
$B_1, Тл$	0,26	0,95	1,74	2,26	2,47	2,5	2,58	2,61
$H_2, \frac{A}{м}$	70	180	360	710	1070	1430	1800	2140
$B_2, Тл$	0,36	0,9	1,6	1,96	2,16	2,28	2,36	2,4
$H_3, \frac{A}{м}$	40	96	190	390	580	770	960	1150
$B_3, Тл$	0,68	1,4	1,86	2,14	2,32	2,43	2,5	2,58

Для вариантов №23,№37,№55, №77.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,1 в средней ветви	20	2,3	10	2	25	1,8

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
33	2	0	0	0	0	50	4	56	3	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

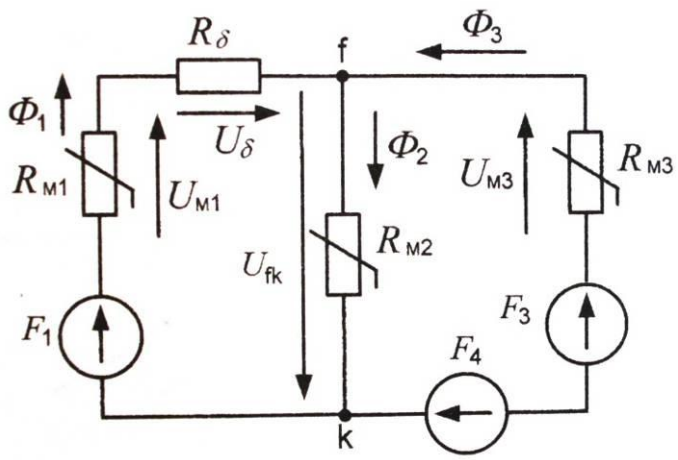

Рис. 1.11

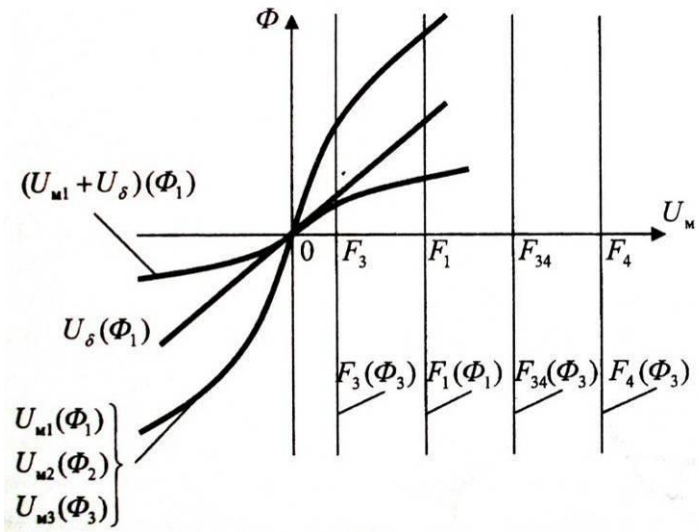

Рис. 1.12

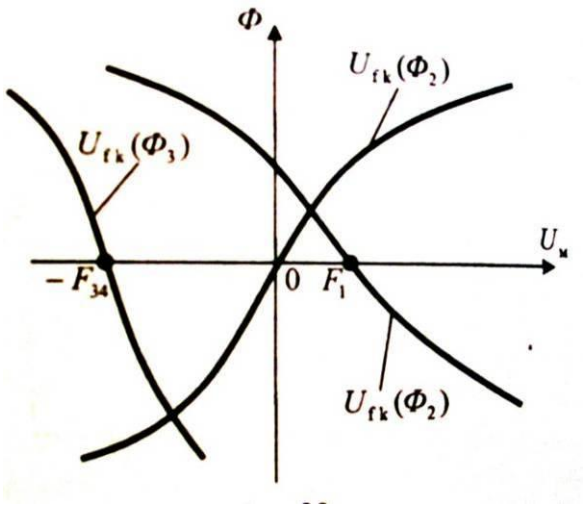

Рис. 1.13

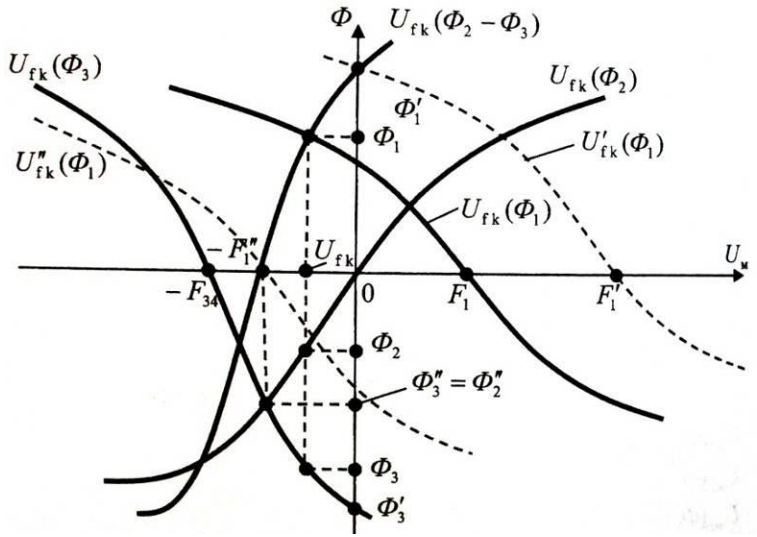

Рис. 1.14

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	44	110	220	440	650	870	1100	1300
$B_1, Тл$	0,24	0,86	1,57	2,05	2,24	2,3	2,33	2,36
$H_2, \frac{A}{м}$	59	147	290	590	880	1180	1470	1760
$B_2, Тл$	0,6	1,22	1,63	1,9	2,0	2,13	2,2	2,26
$H_3, \frac{A}{м}$	44	110	220	440	650	870	1100	1300
$B_3, Тл$	0,52	1,05	1,41	1,62	1,76	1,84	1,9	1,95

Для вариантов №12,№52,№66.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,16 в средней ветви	23	1,9	14	2,5	26	2,8

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
44	5	0	0	0	0	25	4	30	3	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	56	140	280	555	830	1100	1390	1670
$B_1, Тл$	0,208	0,75	1,38	1,79	1,96	2,0	2,04	2,06
$H_2, \frac{A}{м}$	48	120	240	480	710	950	1200	1400
$B_2, Тл$	0,143	0,51	0,94	1,23	1,34	1,37	1,4	1,41
$H_3, \frac{A}{м}$	42	105	210	420	630	830	1050	1250
$B_3, Тл$	0,15	0,55	1,0	1,3	1,42	1,46	1,48	1,5

Для вариантов №21,№39,№71.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,06 в левой ветви	23	2,1	17	3,2	23	3,7

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
50	3	0	0	0	0	40	4	30	2	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Раздел 2. Магнитные цепи с переменными намагничивающими силами.

§2.1. Гистерезис в цепях с переменными намагничивающими силами.

В катушке с неферромагнитным сердечником индуктивность не зависит от тока, потокосцепление пропорционально току $\psi = L \cdot i$, совпадает с ним по фазе, а э.д.с. самоиндукции $e_L = \frac{-d\psi}{dt}$ отстает от потокосцепления и тока на угол $\frac{\pi}{2}$. При $i = I_m \cdot \sin \omega t$, $\psi_t = \psi_m \cdot \sin \omega t$, $e_L = \frac{-d\psi}{dt} = -\omega\psi_m \cdot \cos \omega t = -\omega L I_m \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$.

Действие э.д.с. самоиндукции в линейных цепях учитывается введением в схеме замещения реактивного сопротивления $x_L = \omega L$. При наличии ферромагнитного сердечника действующие значения напряжения и тока не связаны между собой линейной зависимостью, так как пропорциональные им величины магнитной индукции и напряженности магнитного поля связаны между собой нелинейной кривой намагничивания *B(H)*. При перемагничивании ферромагнитного материала кривая *B(H)* образует петлю перемагничивания. Размеры петли зависят от материала и от того значения магнитной индукции B_m , до которого производится намагничивание. Увеличение напряженности магнитного поля свыше H_m не вызывает увеличение площади петли, при этом образуется кривая предельного цикла. Кривая, представляющая собой геометрическое место вершин семейства циклов перемагничивания, полученных при различных значениях H_m , называется основной кривой

намагничивания. Практически основная кривая намагничи-вания близка к кривой первоначального намагничивания.

Петля предельного цикла перемагничивания отсекает на оси ординат значение остаточной индукции B_r , а на оси абсцисс −значение коэрцитивной силы H_c .

После сравнительно быстрого возрастания магнитной индукции с увеличением напряженности магнитного поля наступает область насыщения материала; дальше материал начинает вести себя подобно неферромагнитному: индукция практически линейно зависит от напряженности магнитного поля, гистерезис отсутствует.

Площадь петли кривой *B(H)* зависит от частоты перемагничивания. Для учета только магнитного гистерезиса снимают так называемую статическую петлю, когда перемагничивание ведется очень медленно. С ростом частоты перемагничивания возникают вихревые потоки, вызываемые электродвижущими силами в ферромагнитном сердечнике. Поле вихревых токов в соответствии с законом Ленца препятствует изменению внешнего намагничивающего поля, создаваемого обмоткой, благодаря чему усиливается явление гистерезиса. Петлю циклического перемагничивания, учитывающую гистерезис и вихревые токи, называют динамической. Чем больше площадь петли, тем больше полные потери на перемагничивание, нагревающие сердечник.

Потери на перемагничивание складываются из потерь от вихревых токов и потерь на гистерезис.

Потери от вихревых токов пропорциональны квадрату частоты:

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	67	170	330	670	1000	1300	1700	2000
$B_1, Тл$	0,208	0,75	1,38	1,79	1,96	2,0	2,04	2,06
$H_2, \frac{A}{м}$	110	280	560	1100	1670	2200	2800	3300
$B_2, Тл$	0,29	0,72	1,3	1,58	1,74	1,84	1,9	1,94
$H_3, \frac{A}{м}$	63	160	300	630	940	1250	1550	1900
$B_3, Тл$	0,73	1,5	2,0	2,3	2,5	2,6	2,7	2,78

Для вариантов №11,№51,№89.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,12 в правой ветви	18	2,4	21	3,5	24	3,3

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
10	5	0	0	29	4	0	0	0	0	40	2

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	59	150	290	590	880	1180	1470	1760
$B_1, Тл$	0,23	0,82	1,5	2,0	2,2	2,21	2,23	2,25
$H_2, \frac{A}{м}$	100	250	500	1000	1500	2000	2500	3000
$B_2, Тл$	0,33	0,83	1,5	1,8	2,0	2,1	2,2	2,22
$H_3, \frac{A}{м}$	56	140	280	550	830	1100	1400	1670
$B_3, Тл$	0,53	1,1	1,45	1,67	1,8	1,9	1,95	2,0

Для вариантов №06,№38,№43, №84.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,15 в правой ветви	15	2,4	9	3,1	16	2,6

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
103	1	0	0	76	2	0	0	0	0	17	4

$$P_В = \sigma_В f^2 B_m^2 G. \qquad (2.1)$$

Потери от гистерезиса пропорциональны первой степени частоты:

$$P_Г = \sigma_Г f B_m^n G, \qquad (2.2)$$

здесь $\sigma_В$ и $\sigma_Г$ − коэффициенты, которые приводятся в справочной литературе для различных сортов ферромагнитных материалов; f − частота; B_m − амплитуда магнитной индукции, для $B_m = 0{,}1 \div 1{,}0T$, $n \approx 1{,}6$, для $B_m = 0{,}1 \div 1{,}6T$, $n \approx 2$, G − масса сердечника.

Для уменьшения потерь от вихревых токов сердечники магнитопроводов делают наборными, составляющими из тонких листов ферромагнитного материала, изолированных друг от друга и размещенных вдоль пути магнитного потока.

В радиотехнических устройствах применяются магнито-диэлектрики и ферриты, обладающие низкими потерями на перемагничивание.

§2.2.Идеализированная катушка с ферромагнитным сердечником. Трансформаторная э.д.с.

В катушке без сердечника необходимо учитывать только два явления: активное сопротивление катушки и магнитное поле катушки (или реактивное сопротивление в схеме замещения). В катушке с ферромагнитным сердечником необходимо учесть также потери на перемагничивание, которые восполняются за счет энергии, проводимой к катушке от источника. Для упрощения анализа реальную катушку индуктивности идеализируют.

Во-первых, магнитный поток делится на две части: основной поток Φ , замыкающийся в сердечнике, и поток рассеяния Φ_S , линии индукции которого часть пути проходят по воздуху. На рис.2.1 условно показаны линии этих потоков. Поток рассеяния в схеме замещения учитывается введением линейной индуктивности. Магнитное сопротивление воздуха в тысячи раз больше магнитного сопротивления стали, поэтому если линия потока рассеяния проходит по воздуху даже малую часть пути, определяющим является магнитное сопротивление воздуха, а малым сопротивлением ферромагнитного материала можно пренебречь.

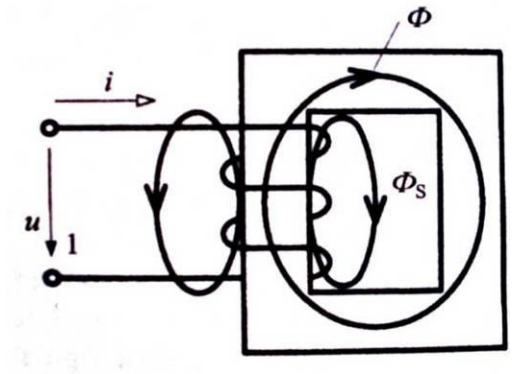

Рис.2.1

Следовательно потокосцепление можно считать линейной функцией тока $\psi_S = L_S i$, а индуктивность рассеяния L_S постоянной.

Во-вторых, из катушки исключается ее активное сопротивление, сосредоточив все собственное активное сопротивление проводника обмотки до катушки, на входе схемы

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	63	156	313	625	938	1250	1563	1875
$B_1, Тл$	0,143	0,51	0,94	1,23	1,34	1,37	1,4	1,41
$H_2, \frac{A}{м}$	83	208	417	833	1250	1660	2080	2500
$B_2, Тл$	0,24	0,59	1,05	1,29	1,42	1,5	1,55	1,58
$H_3, \frac{A}{м}$	56	140	280	555	830	1100	1390	1670
$B_3, Тл$	0,17	0,62	1,14	1,48	1,62	1,66	1,69	1,71

Для вариантов №44,№60,№90.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,11 в правой ветви	17	2,2	10	2,7	18	3,6

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	32	8	0	0	25	4	70	2	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	77	190	380	770	1150	1540	1900	2300
$B_1, Тл$	0,15	0,55	1,0	1,3	1,42	1,46	1,48	1,5
$H_2, \frac{A}{м}$	100	250	500	1000	1500	2000	2500	3000
$B_2, Тл$	0,29	0,72	1,3	1,58	1,74	1,84	1,9	1,94
$H_3, \frac{A}{м}$	59	147	290	590	880	1180	1470	1760
$B_3, Тл$	0,52	1,05	1,41	1,62	1,76	1,84	1,9	1,95

Для вариантов №22,№29,№74.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,14 в правой ветви	16	3,5	12	3,8	18	2,9

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	133	2	32	3	0	0	0	0	8	5

замещения. Соответствующая схема с идеали-зированной катушкой представлена на рис.2.2.

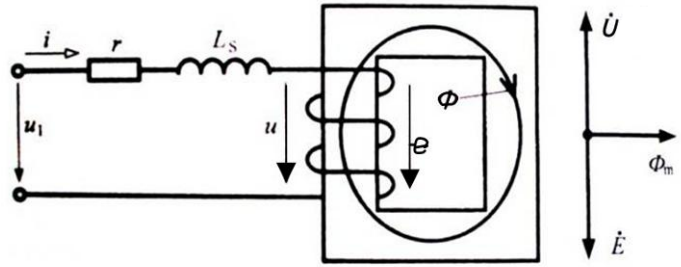

Рис. 2.2

Таким образом, идеализированная катушка не имеет собственного активного сопротивления и потока рассеяния.

На зажимах идеализированной катушки действует фиктивное (расчетное) напряжение *u*. Это напряжение физически не существует, его нельзя измерить, так как нельзя физически «вынести» из катушки ее активное сопротивление и поток рассеяния.

Получим аналитическую связь между u и Φ :

Пусть $u = U_m \cos\omega t$, а катушка содержит *W* витков. Напряжение u будет в точности (активного сопротивления в катушке нет) уравновешивать э.д.с. самоиндукции

$$-u = e = \frac{d\psi}{dt} = -W\frac{d\Phi_t}{dt}, \qquad (2.3)$$

где Φ_t – мгновенное значение магнитного потока.

$$u = -e = \frac{d\psi}{dt} = W\frac{d\Phi_t}{dt}, \qquad (2.4)$$

откуда

$$u = U_m \cos\omega t = W\frac{d\Phi_t}{dt}. \qquad (2.5)$$

Таким образом:

$$\Phi_t = \frac{1}{W}\int U_m \cos\omega t\, dt = \frac{1}{\omega W} U_m \sin\omega t + c\,. \qquad (2.6)$$

Поскольку магнитная цепь в нашем случае не содержит постоянного магнита, а переменный поток не имеет постоянной составляющей, то постоянная интегрирования *c*= 0 .

Обозначив $\Phi_m = \dfrac{U_m}{W\omega}$**, получим**

$$\Phi_t = \Phi_m \sin\omega t\ ;$$

$$U_m = W\omega\Phi_m\,;$$

$$U = \frac{W2\pi f\Phi_m}{\sqrt{2}} = 4{,}44\cdot fW\Phi_m.$$

По абсолютной величине

$$E = U = 4{,}44\cdot fW\Phi_m\,, \qquad (2.7)$$

а по фазе *E* и *U* смещены на 180°, т.е. находятся в противофазе. Это соотношение называется формулой трансформаторной э.д.с.

§2.3. Ток в цепи с ферромагнитным сердечником. Эквивалентный синусоидальный ток.

Если в сердечнике не учитывать потерь на перемагничивание, то зависимость *B(H)* будет соответствовать основной кривой намагничивания, тогда зависимость $\Phi(i)$ будет иметь вид нелинейной кривой рис.2.3.

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	80	2	0	0	14	4	8	6	0	0

Кривые намагничивания *H=f(B)* ветвей заданы в виде таблицы 1в.

Таблица 1в

$H_1, \frac{A}{м}$	70	180	360	710	1070	1430	1800	2140
$B_1, Тл$	0,17	0,62	1,14	1,48	1,62	1,66	1,69	1,71
$H_2, \frac{A}{м}$	90	230	460	900	1360	1800	2300	2700
$B_2, Тл$	0,23	0,57	1,03	1,26	1,4	1,46	1,5	1,54
$H_3, \frac{A}{м}$	63	160	300	630	940	1250	1550	1900
$B_3, Тл$	0,58	1,2	1,58	1,8	1,97	2,06	2,12	2,2

Для вариантов №25,№98,№73.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,14 в правой ветви	13	3,3	10	3,1	17	3,7

Таблица 1б

W_1	I_1, A	W_2	I_2, A	W_3	I_3, A	W_4	I_4, A	W_5	I_5, A	W_6	I_6, A
0	0	67	2	36	1	0	0	0	0	60	2

Контрольная работа №4 по ТОЭ, часть 3
Расчет нелинейных цепей.
Задача № 1.

Магнитная цепь (рис.1) имеет три ветви длиной *l* и площадью сечения *S*,

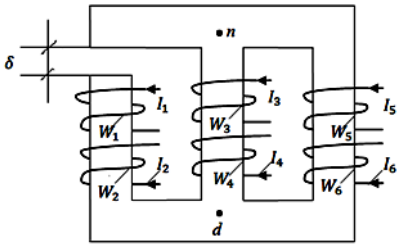

Рис. 1

обмотки с числом витков *W* и током *I*. Воздушный зазор длинной δ может быть в левой, средней или правой ветви. Все параметры цепи указанны в таблицах 1а, 1б, 1в. Если какой-либо ток равен нулю, то обмотку с этим током на схему не наносить.

Составить электрический аналог магнитной цепи и определить магнитные потоки и напряжения ветвей.

Для вариантов № 05, № 42, № 58, №83.

Таблица 1а

№ вар.	$\delta, мм$	$l_1, см$	$S_1, см^2$	$l_2, см$	$S_2, см^2$	$l_3, см$	$S_3, см^2$
	0,14 в правой ветви	14	2,9	11	3,9	16	3,3

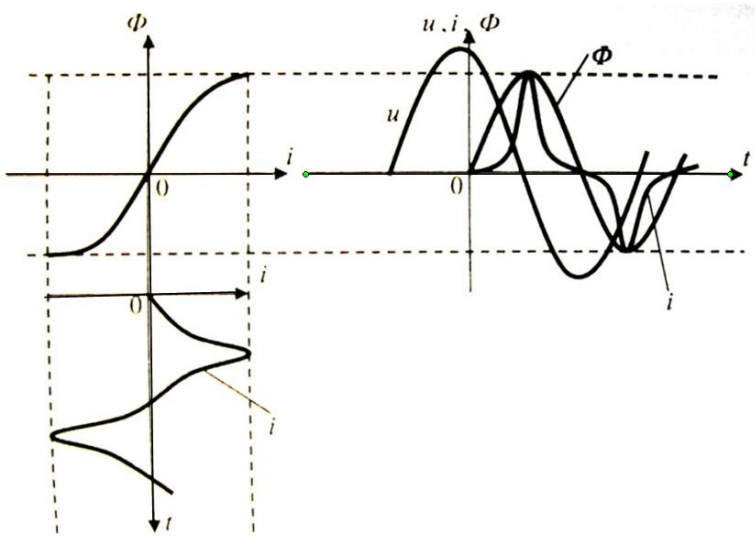

Рис. 2.3

При подведении к катушке синусоидального напряжения и магнитный поток *Ф* будет также синусоидальным с отставанием по фазе на $\frac{\pi}{2}$. Задавая ряд значений времени для мгновенных значений *Ф* по зависимости *Ф(i)* получим мгновенные значения тока *i* . Получившаяся периодическая кривая тока *i* (рис.2.3) будет несинусоидальна. Поэтому на векторной диаграмме нельзя построить вектор тока. Для возможности анализа с применением векторных диаграмм несинусоидальный ток заменяют эквивалентным синусоидальным.

Эквивалентным синусоидальным током называется такой синусоидальный ток, действующее значение которого равно действующему значению несинусоидального тока.

Действующее значение любого периодического переменного тока равно его среднему квадратичному значению за период

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}, \qquad (2.8)$$

или

$$I = \sqrt{\sum_{k=1}^{k=\infty} I_k^2}, \qquad (2.9)$$

где I_k − действующие значения гармонических составляющих несинусоидального тока при разложении его в ряд Фурье.

Нулевые н максимальные значения несинусоидального тока совпадают с нулями и максимумами магнитного потока (рис.2.3). Следовательно, и кривая синусоидального тока совпадает по фазе с кривой магнитного потока. Поэтому на векторную диаграмму можно нанести вектор эквивалентного синусоидального тока, совпадающий с вектором магнитного потока Φ_m (рис.2.4) . этот ток отстает по фазе от напряжения U на угол $\frac{\pi}{2}$, т.е. является реактивным, намагничивающим током. В цепи идеализированной катушки $(R = 0)$ с сердечником без потерь $P_В + P_Г = 0$ не может быть активного тока, активная энергия нигде не расходуется.

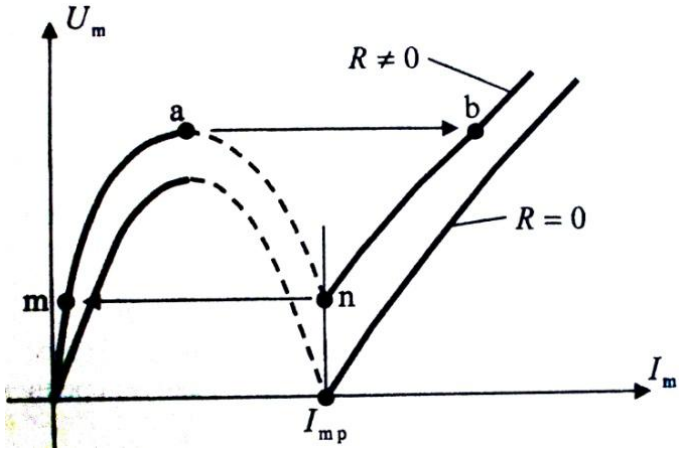

Рис.2.18

При условии $R = 0$:

$$U_m = \left(\omega L_0 - \frac{1}{\omega C}\right) I_m - \frac{3}{4} k I_m^2 \omega\,, \qquad (2.64)$$

где ω — частота основной гармоники.

В цепи с параллельным соединением нелинейной индуктивности и линейной емкости наблюдается феррорезонанс токов, сопровождающийся скачкообразным изменением напряжения при плавном изменении тока неразветвленной части цепи.

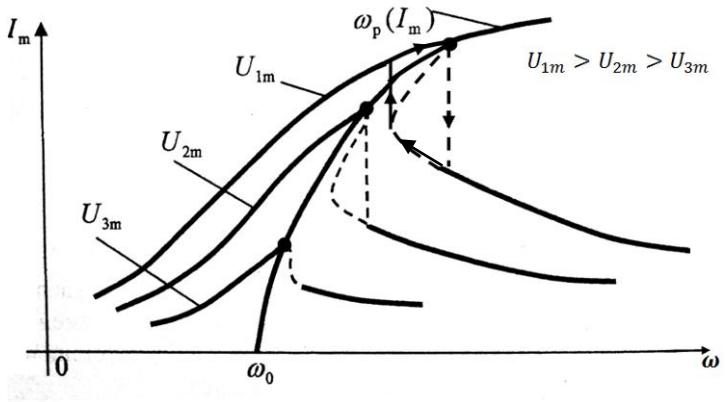

Рис. 2.17

Сплошные кривые на рис.2.17 соответствуют устойчивым режимам, а штриховые — неустойчивым. В точках характеристик, где нарушаются условия устойчивости могут возникнуть скачкообразные изменения амплитуды тока, сопровождающиеся изменением фазы тока на противоположную.

Вольтамперная характеристика цепи для основных гармоник строится по уравнению:

$$U_m = I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L_{экв} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \qquad (2.63)$$

Характеристики $U_m(I_m)$ для двух значений R показаны на рис.2.18. Штриховые участки соответствуют неустойчивым состояниям. При плавном увеличении U_m в цепи при $R \neq 0$ ток скачком увеличивается от т. a до т. b. При уменьшении U_m ток скачком уменьшается от т. n до т. m.

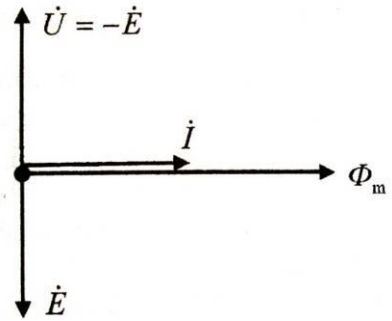

Рис. 2.4

Если учесть потери энергии в сердечнике, то есть принять площадь плети гистерезиса не равной нулю, то и зависимость *Ф(i)* будет в виде петли (рис.2.5).

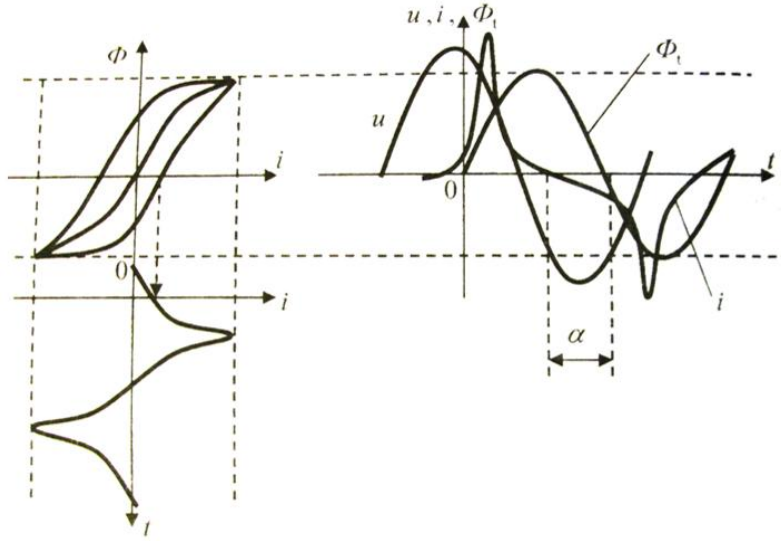

Рис. 2.5

При построении графика тока по мгновенным значениям Φ_t , получим, что ток будет опережать магнитный поток на угол α , который называется углом потерь на перемагничивание. Чем

больше будет потерь активной мощности в сердечнике, тем больше угол α.

На векторной диаграмме (рис.2.6) при замене несинусоидального тока эквивалентным синусоидальным, за счет возникновения угла α , появляется активная составляющая тока I_a , которая характеризует наличие потерь активной мощности, называемых потерями в стали:

$$P_{ст} = UI_a = UI\cos\varphi\,, \qquad (2.10)$$

где $\varphi = 90^\circ - \alpha$ –угол сдвига фаз между током и напряжением идеализированной катушки.

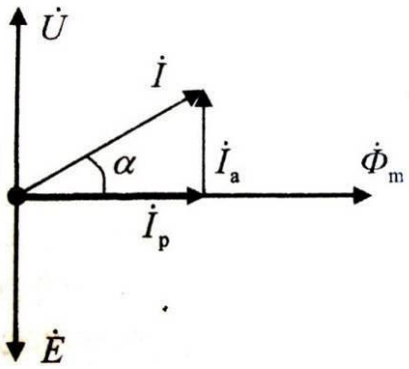

Рис. 2.6

§2.4. Реальная индуктивная катушка в цепи синусоидального тока.

Реальную катушку индуктивности можно представить как совокупность идеализированной с напряжением $\dot{U}'$, активного сопротивления R соответствующего сопротивлению обмотки и индуктивности рассеяния L_σ соответствующей магнитному потоку рассеяния (рис.2.7). Напряжение U реальной катушки индуктивности определяется по второму закону Кирхгофа

Здесь L_0 определяет начальную индуктивность при отсутствии насыщения сердечника при $k = 0$. С увеличением намагничивающего тока индуктивность уменьшается. Эквивалентная индуктивность на основной гармонике тока определяется методом гармонического баланса:

$$L_{экв} = L_0 - \frac{3}{4}kI_m^2\,, \qquad (2.59)$$

где амплитуда основной гармонике тока :

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L_{экв} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\,. \qquad (2.60)$$

Из этого выражения следует условие резонанса напряжений:

$$\omega_p L_{экв} = \frac{1}{\omega_p C}\,, \qquad (2.61)$$

откуда

$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_{экв}C} = \frac{1}{L_0 C - \frac{3}{4}kCI_m^2}\,. \qquad (2.62)$$

Из полученного уравнения видно, что с увеличением амплитуды тока резонансная частота увеличивается.

По выражению для тока основной гармоники I_m построена амплитудно-частотная характеристика феррорезонансной цепи (рис.2.17).

§2.8. Резонансные явления в нелинейных цепях.

На рис. 2.16 а) приведена схема с последовательным соединением нелинейной индуктивности, линейного активного сопротивления и линейной емкости. Анализ феррорезонансных явлений можно провести с помощью эквивалентных синусоид. Кривая намагничивания (рис. 2.16 б)индуктивной катушки аппроксимируется полиномом:

$$\psi = L_0\, i - k i^3, \qquad (2.55)$$

где L_0 и k − коэффициенты аппроксимации.

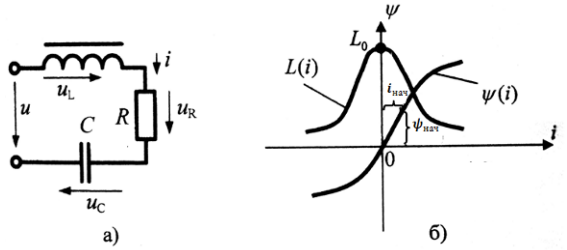

Рис. 2.16

По второму закону Кирхгофа для цепи рис.2.16 а):

$$\frac{d\psi}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int i dt = u \qquad (2.56)$$

Напряжение на индуктивности можно представить:

$$u_L = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{di}\cdot\frac{di}{dt} = L(i)\frac{di}{dt}, \qquad (2.57)$$

где дифференциальная индуктивность с учетом принятой аппроксимации:

$$L(i) = \frac{d\psi}{di} = L_0 - 3ki^2. \qquad (2.58)$$

$$\dot{U} = \dot{U}' + \dot{U}_R + \dot{U}_\sigma = \dot{U}' + \dot{I}R + \dot{I}j\omega L_\sigma\,.$$

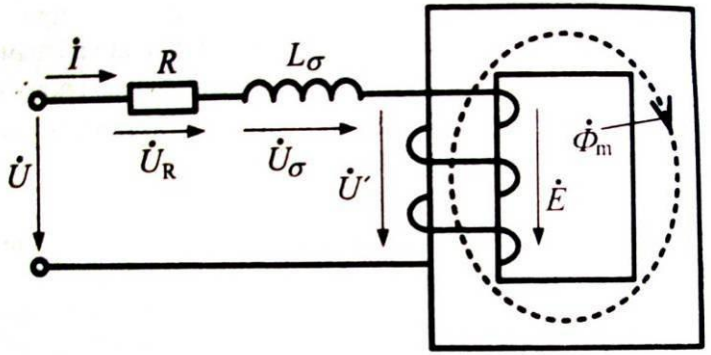

Рис. 2.7

Схему замещения идеализированной катушки индуктивности (рис.2.8) ,можно представить в виде параллельного соединения активной проводимости G_0, учитывающей потери в стали и реактивном проводимости B_0, соответствующей основному магнитному потоку. Либо в виде последовательной схемы замещения с активным сопротивлением R_0:

$$R_0 = \frac{G_0}{Y_0^2} \qquad (2.11)$$

и реактивным сопротивлением X_0:

$$X_0 = \frac{B_0}{Y_0^2}, \qquad (2.12)$$

где $Y_0^2 = G_0^2 + B_0^2$.

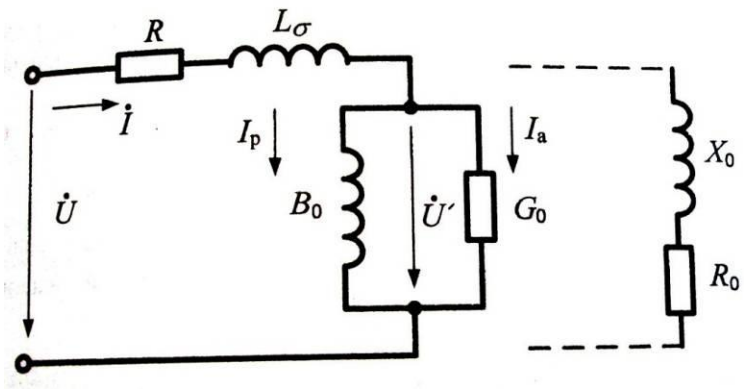

Рис. 2.8

Для полученной схемы замещения построена векторная диаграмма (рис.2.9).

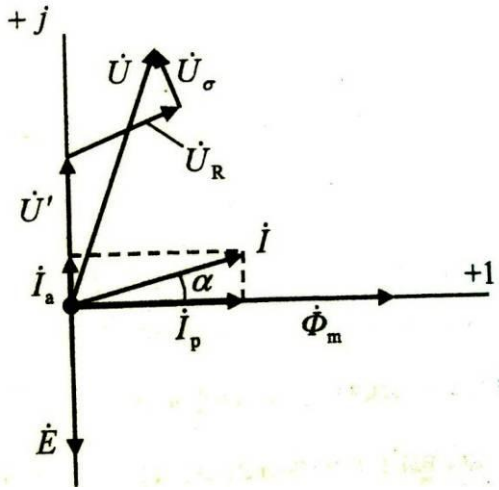

Рис. 2.9

Тогда

$$u = W\frac{d\Phi_t}{dt} = W\omega\Phi_{1m}\cos\omega t + 3W\omega\Phi_{3m}\cos 3\omega t = \\ = U_{1m}\cos\omega t + U_{3m}\cos 3\omega t \qquad (2.52)$$

откуда получены амплитудные значения основной и третьей гармоник напряжений:

$$U_{1m} = a\omega W I_m - \frac{3}{4}b\omega W I_m^3\,, \qquad (2.53)$$

$$U_{3m} = \frac{3}{4}b\omega W I_m^3\,. \qquad (2.54)$$

Формы кривых тока, напряжения и магнитного потока для цепи с источником тока показаны на рис.2.15). график магнитного потока построен по графику тока и нелинейной зависимости $\Phi(i)$, поэтому $\Phi(t)$ имеет несинусоидальную форму. График $u(t)$ построен путем графического дифференцирования зависимости $\Phi(t)$ и имеет «заостренную» форму.

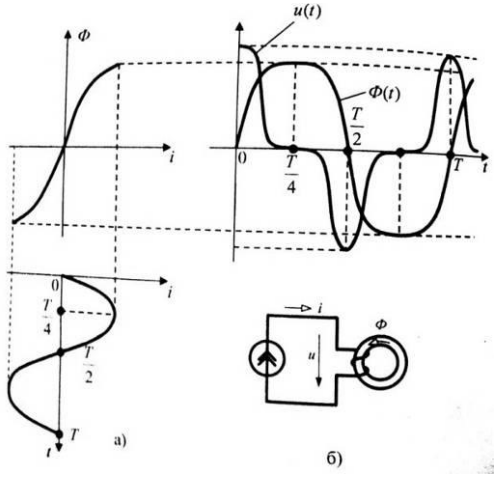

Рис. 2.15

откуда $\Phi_t = \frac{1}{W}\int U_m \cos\omega t\, dt = \frac{1}{W\omega} U_m \sin\omega t = \Phi_m \sin\omega t.$

Аппроксимируя зависимость *i(Ф)* полиномом вида: $i = a\Phi_t + b\Phi_t^3$ и подставив $\Phi_t = \Phi_m \sin\omega t$ получим:

$$i = a\Phi_m \sin\omega t + b\Phi_m^3 \sin^3\omega t. \qquad (2.49)$$

Учитывая, что $\sin^3\alpha = \frac{3\sin\alpha - \sin^3\alpha}{4}$

после преобразований получим:

$$i = I_{1m}\sin\omega t - I_{3m}\sin 3\omega t. \qquad (2.50)$$

Если *LC* цепь питается от источника тока (рис.29 б):

$$\Phi_t = ai - bi^3, \qquad (2.51)$$

тогда

$$\Phi_t = aI_m \sin\omega t - bI_m^3 \sin^3\omega t = aI_m \sin\omega t - \frac{3bI_m^3}{4}\sin\omega t + \frac{bI_m^3}{4}\sin^3\omega t.$$

Учитывая, что $\sin^3\alpha = \frac{3\sin\alpha - \sin^3\alpha}{4}$, получим:

$$\Phi_t = \Phi_{1m}\sin\omega t + \Phi_{3m}\sin 3\omega t,$$

где $\Phi_{1m} = aI_m - \frac{3bI_m^3}{4}$, $\Phi_{3m} = \frac{3I_m^3}{4}$.

По параметрам схемы замещения реальной катушки можно определить распределение энергии, потребляемой катушкой от источника:

1) активная проводимость G_0 учитывает полные потери активной мощности в стали:

$$P_{ст}=U^2 \cdot G_0, \qquad (2.13)$$

2) реактивная проводимость B_0, характеризует величину реактивной мощности, создающей основной магнитный поток в сердечнике:

$$Q=U^2 \cdot B_0, \qquad (2.14)$$

3) активное сопротивление *R* учитывает потери активной мощности в обмотке катушки (потери в меди):

$$P_м=I^2 \cdot R, \qquad (2.15)$$

4) реактивное сопротивление $X_\sigma=j\omega L_\sigma$ характеризует величину реактивной мощности, создающей магнитный поток рассеяния:

$$Q_\sigma=I^2 \cdot X_\sigma. \qquad (2.16)$$

Проводимости G_0 и B_0 являются нелинейными функциями тока, поэтому расчет тока в цепи катушки с ферромагнитным сердечником можно выполнить методом последовательных приближений.

Если заданы габариты магнитопровода *l* и *S* и его масса *G*, число витков *W*, активные сопротивления обмотки *R*, напряжение U_1 и его частота *f*, то алгоритм расчета мощностей следующий:

1). В первом приближении задаются значением $U= U_1$,

2). Определяется B_m по формуле $B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{U}{4{,}44fWS}$,

3). По кривым удельных потерь $P_{уд} = f(B_m)$ и $Q_{уд} = f(B_m)$ (задаваемых в справочниках) определяются потери активной и реактивной мощности.

§2.5. Трансформатор с активно-индуктивной нагрузкой.

На рис.2.10 приведена схема трансформатора, состоящего из замкнутого магнитопровода и двух обмоток: первичной, к которой подключается источник напряжения, и вторичной, к которой подключена нагрузка в виде активно-индуктивной цепи.

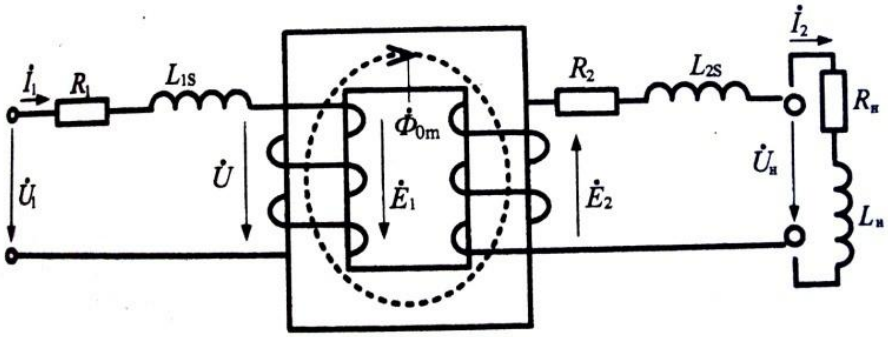

Рис.2.10.

Принцип действия трансформатора основан на электромагнитном взаимодействии двух (или нескольких) обмоток. Если одну обмотку подключить к источнику переменного напряжения, то под действием переменного магнитного поля, создаваемого этой обмоткой в магнитопроводе, в другой обмотке (или в нескольких остальных), будет наводиться э.д.с. При подключении к зажимам второй обмотки нагрузки, по цепи этой обмотки под воздействием наведенной э.д.с. будет

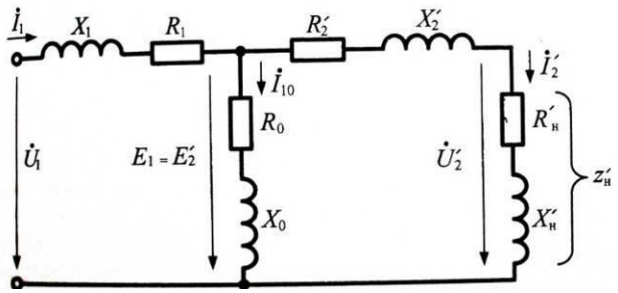

Рис. 2.14

На основании полученных формул могут быть определены параметры трансформатора при коротком замыкании:

активное сопротивление $R_{тр} = R_1 + R_2' = R_1 + k_{тр}^2 R_2$;

индуктивное сопротивление $X_{тр} = X_1 + X_2' = X_1 + k_{тр}^2 X_2$;

полное сопротивление $Z_{тр} = \sqrt{R_{тр}^2 + X_{тр}^2}$. (2.46)

Использование метода приведения позволяет построить схему замещения для нагруженного трансформатора (рис.2.14), где $Z_н'$— приведенное сопротивление нагрузки, а U_2' — приведенное напряжение на нагрузке.

§2.7. Форма кривых токов и напряжения в цепях с нелинейной индуктивностью.

Если нелинейная индуктивность вида рис.29 а) подключена к источнику синусоидального напряжения вида:

$$u = U_m \cos \omega t\,, \qquad (2.47)$$

то мгновенное значение магнитного потока определим из соотношения:

$$u = \frac{d\psi}{dt} = W\frac{d\Phi}{dt}\,, \qquad (2.48)$$

Обозначим приведенное значение э.д.с. вторичной обмотки через E_2' . Тогда

$$E_2' = E_1 \,. \qquad (2.38)$$

Из полученных ранее уравнений запишем:

$$E_2' = k_{тр} E_2. \qquad (2.39)$$

Приведенным током вторичной обмотки будет такое его значение, при котором справедливо равенство полных мощностей:

$$E_2' \dot{I}_2' = E_2 \dot{I}_2 \;, \qquad (2.40)$$

Тогда

$$\dot{I}_2' = \frac{1}{k_{тр}} \dot{I}_2. \qquad (2.41)$$

Приведенное активное сопротивление вторичной обмотки определяется из условия, по которому потери в ней при приведении остаются неизменными, т.е.

$$\dot{I}_2^2 R_2 = (\dot{I}_2')^2 R_2' \qquad (2.42)$$

откуда

$$R_2' = k_{тр}^2 R_2. \qquad (2.43)$$

Приведенное индуктивное сопротивление вторичной обмотки определяется из условия неизменного фазового сдвига между током и напряжением в этой обмотке:

$$\frac{X_2}{R_2} = \frac{X_2'}{R_2'} \qquad (2.44)$$

откуда

$$X_2' = k_{тр}^2 X_2. \qquad (2.45)$$

проходить переменный ток, и энергия из цепи первичной обмотки будет передаваться в цепь вторичной обмотки.

Для трансформатора характерны три режима работы: режим холодного хода, рабочий (номинальный) режим и режим короткого замыкания.

Режим холостого хода трансформатора позволяет определить коэффициент трансформации, потери холостого хода («потери в стали») и входное сопротивление на холостом ходу.

Рабочий (номинальный) режим трансформатора дает возможность найти основные параметры трансформатора и определить взаимосвязь между токами и напряжениями.

Режим короткого замыкания трансформатора позволяет определить потери короткого замыкания («потери в меди»), а также напряжение короткого замыкания и входное сопротивление трансформатора в этом режиме.

При синусоидальной форме напряжения U_1 действующие значения индуктируемых в обмотках э.д.с.:

$$E_1 = 4{,}44 f W_1 \Phi_м \,; \qquad (2.17)$$

$$E_2 = 4{,}44 f W_2 \Phi_м \,. \qquad (2.18)$$

Эти э.д.с. прямо пропорциональны числам витков W_1 и W_2 этих обмоток. Откуда получим коэффициент трансформации:

$$K_{тр} = E_1 / E_2 = W_1 / W_2. \qquad (2.19)$$

Если пренебречь потерями энергии в первичной обмотке и в магнитопроводе, и считать, что весь магнитный поток замыкается только по магнитопроводу, то э.д.с. $\dot{E}_1$, индуктированная потоком $\dot{\Phi}_{t_0}$, будет на основании закона Ленца противоположна по знаку и равна по абсолютной величине приложенному напряжению $\dot{U}_1$, т.е. $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1$. Однако на практике нельзя пренебрегать потерями

энергии и рассеянием магнитного потока. Это связано с тем что в реальном трансформаторе ток холостого хода, кроме намагничивающей (реактивной) составляющей $\dot{I}_{10р}$, создающей в сердечнике трансформатора магнитный поток $\dot{\Phi}_0$, содержит так же и активную составляющую этого тока $\dot{I}_{10р}$, обусловленную потерями энергии в сердечнике.
Поэтому

$$\dot{I}_{10} = \dot{I}_{10а} + \dot{I}_{10р}. \qquad (2.20)$$

Первичная обмотка реального трансформатора обладает активным сопротивлением R_1, на котором при прохождении тока $\dot{I}_{10}$, будет падение напряжения

$$\dot{I}_{10} r_1 = \dot{U}_{1а}.$$

При прохождении тока по первичной обмотке создается не только магнитный поток $\dot{\Phi}_0$, но и магнитный поток рассеяния $\dot{\Phi}_{1\sigma}$, который замыкается в основном по воздуху.

Этот поток индуктирует в первичной обмотке э.д.с. рассеяния:

$$\dot{E}_{1S} = -\dot{U}_{1S} = -jX_1\dot{I}_{10}\,, \qquad (2.21)$$

где X_1– индуктивное сопротивление рассеяния первичной обмотки.

На основании второго закона Кирхгофа приложенное напряжение $\dot{U}_1$ должно уравновешиваться алгебраической суммой всех остальных падений напряжений в первичной цепи

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + R_1\dot{I}_{10} + jX_1\dot{I}_{10}\,, \qquad (2.22)$$

или обозначив $R_1 + jX_1 = \underline{Z}_1$, получим

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + Z_1\dot{I}_{10}\,, \qquad (2.23)$$

и составляет небольшую величину (порядка $5 \div 10\%$). При этом магнитный поток в сердечнике будет мал и можно считать, что $\dot{I}_{10} \approx 0$. Тогда НС вторичной обмотки и уравнение магнитного равновесия можно записать в виде:

$$\dot{I}_1 W_1 + \dot{I}_2 W_2 = 0. \qquad (2.34)$$

Так как в этом случае ($\dot{I}_{10} \approx 0$) токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ находятся в противофазе, то геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим

$$I_1 W_1 + I_2 W_2 = 0\,, \qquad (2.35)$$

откуда

$$I_1 = \frac{W_2}{W_1} I_2 = \frac{1}{k_{тр.}} I_2\ . \qquad (2.36)$$

В режиме короткого замыкания входное сопротивление трансформатора

$$Z_{к.з.} = R_1 + jX_1 + R_2' + jX_2' = R_{к.з.} + jX_{к.з.}, \qquad (2.37)$$

где R_2' и X_2' — приведенные параметры вторичной обмотки трансформатора.

§2.6. Приведенный трансформатор.

При расчете схем с трансформаторами бывает необходимо определить активное, индуктивное и полное сопротивление трансформатора, а так же ряд других его параметров. Это может быть сделано с помощью метода приведения, заключающегося в том, что число витков одной из обмоток (например вторичной) приравнивается к числу витков другой (например первичной). При равенстве чисел витков обеих обмоток будут равны и их э.д.с., и поэтому электромагнитная связь между обмотками может быть заменена электрической связью.

По полученным соотношениям построена векторная диаграмма нагруженного трансформатора (рис.2.13).

Увеличение сдвига фаз при передачи энергии через трансформатор происходит из-за того, что его обмотки обладают индуктивным сопротивлением.

Режим короткого замыкания трансформатора (короткое замыкание выводов вторичной обмотки) в эксплуатационных условиях является аварийным. Поэтому такой режим может быть осуществлен для определения параметров трансформаторов экспериментально при малом напряжении питания первичной обмотки.

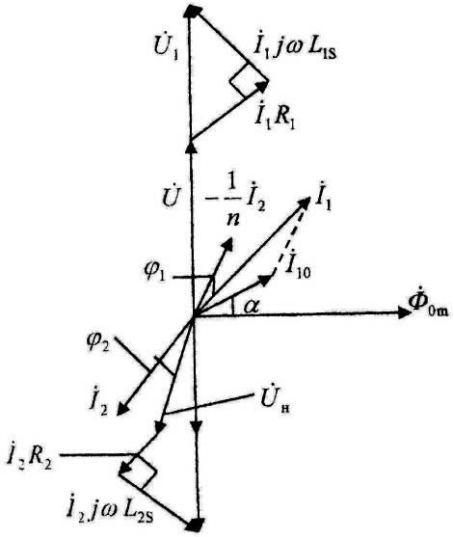

Рис. 2.13

Величина этого напряжения $U_1 = U_{к.з.}$ должна быть такой, чтобы в обмотках трансформатора проходили номинальные токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$. Это напряжение называется напряжением короткого замыкания и измеряется в процентах от номинального значения, то есть:

$$U_{к.з.} = \frac{U_{к.з.}}{U_2} \cdot 100\%, \qquad (2.33)$$

причем $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$ − полное сопротивление первичной обмотки трансформатора.

На основании полученных соотношений можно построить векторную диаграмму (рис.2.11) и соответствующую ей схему замещения (рис.2.12) трансформатора.

Из векторной диаграммы видно, что в режиме холостого хода векторы э.д.с. $\dot{E}_1$ и $\dot{E}_2$, сдвинуты относительно приложенного напряжения $\dot{U}_1$ на угол, близкий к 180^c. Так как при холостом ходе падение напряжения в первичной обмотке обычно сравнительно невелико, то векторы $\dot{U}_1$ и $\dot{E}_1$ лишь незначительно отличаются друг от друга. В этом случае коэффициент трансформации можно приближенно определить как отношение напряжений на зажимах обмоток при холостом ходу , то есть:

$$K_{тр} \approx \frac{U_{10}}{U_{20}}.$$

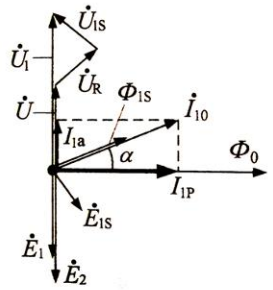

Рис. 2.11

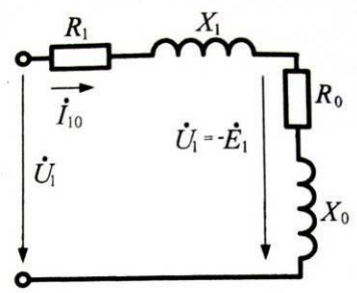

Рис. 2.12

Вектор — $\dot{E}_1$ в уравнении можно представить в виде произведения тока $\dot{I}_{10}$ на сопротивление: $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$.

Энергия, выделяемая в сопротивлениях X_0 и R_0 затрачивается на создание основного магнитного потока в магнитопроводе и на покрытие возникающих в нем активных потерь. С учетом этого получим:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_{10}\underline{Z}_0 + \dot{I}_{10}\underline{Z}_1 = \dot{I}_{10}(\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1). \qquad (2.24)$$

Входное сопротивление трансформатора на холостом ходу определяется суммой Z_0 и Z_1 , где комплексные сопротивления :

$$\underline{Z}_0 = Z_0 e^{i\varphi_0} = R_0 + jX_0\,, \qquad \underline{Z}_1 = Z_1 e^{i\varphi_1} = R_1 + jX_1.$$

В рабочем режиме при активно-индуктивном характере нагрузки в обмотках появятся токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$. При протекании этих токов по обмоткам трансформатора в его магнитопроводе появляются магнитные потоки $\dot{\Phi}_1$ и $\dot{\Phi}_2$, которые на основании закона Ленца направлены встречно.

При увеличении тока нагрузки $\dot{I}_2$ поток $\dot{\Phi}_2$ увеличивается, а суммарный магнитный поток в магнитопроводе уменьшается. Вследствие этого индуктированные суммарным потоком э.д.с. $\dot{E}_1$ вызывает увеличение тока $\dot{I}_1$, так как $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 Z_1$. При увеличении тока $\dot{I}_1$ увеличивается поток $\dot{\Phi}_1$ настолько, чтобы скомпенсировать размагничивающее действие потока $\dot{\Phi}_2$. Вновь восста-навливается равновесие практически при прежнем значении суммарного потока. Аналогично при уменьшении тока $\dot{I}_2$ вплоть до нуля суммарный магнитный поток практически остается неизменным. Отсюда следует, что суммарный поток равен потоку при холостом ходе трансформатора:

$$\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi}_0\,. \qquad (2.25)$$

Следовательно, будет и неизменна намагничивающая сила, создающая этот поток:

$$\dot{F}_0 = \dot{F}_н\,, \qquad (2.26)$$

где $\dot{F}_0 = W_1\dot{I}_{10}$ − НС при холостом ходе

Если трансформатор работает под нагрузкой, то на его магнитопровод будет действовать сумма НС первичной и вторичной обмоток:

$$\dot{F}_н = \dot{I}_1 W_1 + \dot{I}_2 W_2. \qquad (2.27)$$

Подставив сюда значения НС холостого хода и нагруженного трансформатора, получим:

$$\dot{I}_{10} W_1 = \dot{I}_1 W_1 + \dot{I}_2 W_2. \qquad (2.28)$$

Это уравнение описывает магнитное состояние трансформатора и называется уравнением равновесия намагничивающих сил. Разделив правую и левую части этого уравнения на число витков первичной обмотки, получим:

$$\dot{I}_{10} = \dot{I}_1 + \frac{W_2}{W_1}\dot{I}_2 = \dot{I}_1 + \frac{1}{K_{тр}}\dot{I}_2\ . \qquad (2.29)$$

В нагруженном трансформаторе, кроме основного магнитного потока $\dot{\Phi}_0$, имеются потоки рассеяния $\dot{\Phi}_{1S}$ и $\dot{\Phi}_{2S}$, которые замыкаются по воздуху. Эти потоки индуктируют в первичной и вторичной обмотках э.д.с. рассеяния:

$$\dot{E}_{1S} = -\dot{I}_1 jX_1\,, \qquad \dot{E}_{2S} = -\dot{I}_2 jX_2. \qquad (2.30)$$

Поэтому для контура, образованного источником напряжения и первичной обмоткой, можно записать:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + R_1\dot{I}_1 + jX_1\dot{I}_1 = -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1\dot{I}_1\,. \qquad (2.31)$$

Вторичная обмотка трансформатора, являющаяся источником э.д.с. $\dot{E}_2$, и нагрузка образует второй контур, для которого справедливо выражение:

$$\dot{E}_2 = \dot{U}_2 + R_2\dot{I}_2 + jX_2\dot{I}_2 = \dot{U}_2 + \underline{Z}_2\dot{I}_2 \qquad (2.32)$$

где $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$— сопротивление вторичной обмотки тран-сформатора, модуль которого:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2}$$